

Введение в статистику. Основы доказательности.

Долецкий А.Н.

ПЛАН

1

Основные задачи анализа.

2

Оптимальное планирование эксперимента.

3

Понятия статистики. Deskриптивный анализ.

4

Нормальное распределение.

Доказательная медицина (ДМ)

Реальные предпосылки ДМ: Кризис медицины в начале 19в.

«В медицине пока так и не появился свой Ньютон, и, к сожалению, мы вправе опасаться, что никогда не увидим гения, который способен привнести в медицину то, что физика нашла в алгебре, а химия – на чашках лабораторных весов. Медицина продолжает оставаться тем, чем были эти науки столетия назад – набором не связанных между собой тезисов». Fenger С.Е. //Ugeskrift for Laeger. – 1839

Доказательная медицина (ДМ)

Арчибальд Лэман Кокран (1909-1988) - продвижение идеи рандомизированных контролируемых испытаний.

Создание Кокрановской библиотеки - базы данных систематических обзоров, Британского Кокрановского центра в Оксфорде, а затем и международного сотрудничества Кокран.

Известен как один из отцов современной клинической эпидемиологии и доказательной медицины.

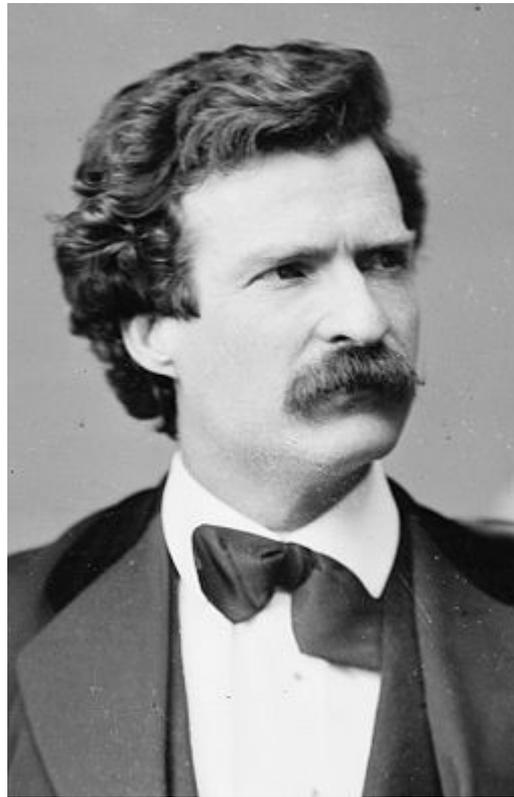
Доказательная медицина (ДМ)

Термин предложен в 1990 г. (университет Мак-Мастера г. Торонто).

ДМ – последовательное и сознательное применение в ведении конкретных пациентов только тех вмешательств, эффективность которых доказана в доброкачественных исследованиях.

Есть $\langle \dots \rangle$: $\langle \dots \rangle \langle \dots \rangle$ и статистика*

Цифры обманчивы, особенно когда я сам ими занимаюсь; по этому поводу справедливо высказывание, приписываемое Дизраэли: «Существует три вида лжи: ложь, наглая ложь и статистика».



Марк Твен, 5 июля 1907 г.

Сэмюэл Лэнгхорн Клеменс

В жизни, как правило, преуспевает больше других тот, кто располагает лучшей информацией.



42-й премьер-министр Великобритании

ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ СТАТ.АНАЛИЗА

1

Статистическая гипотеза

2

Определение генеральной совокупности

3

Организация выборки

Основные критерии обоснованности выводов исследования - репрезентативность выборки и статистическая значимость результатов.

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперимент называют СТАТИСТИЧЕСКИМ, если он может быть повторен в практически неизменных условиях неограниченное число раз.

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

1

предположение,
требующее
проверки с
привлечением
фактов

2

гипотеза о
связи явлений
или свойств в
некоторой
совокупности
объектов.

3

описание
ожидаемых
результатов.

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Blinded (Слепое исследование)

Case-control study (Исследование случай-контроль)

Cohort study (Когортное исследование)

Cross-sectional studies (Перекрестные исследования)

Crossover Design (Перекрестный план)

Parallel group design (Клиническое исследование в параллельных группах)

Randomised controlled trial (Рандомизированное контролируемое испытание)

ТИПЫ СОБЫТИЙ

ДОСТОВЕРНОЕ

СЛУЧАЙНОЕ

НЕВОЗМОЖНОЕ

Событие называется **достоверным**, если оно обязательно произойдет в результате данного испытания.

Случайным называют событие, которое может произойти или не произойти в результате некоторого испытания.

Событие называется **невозможным**, если оно не может произойти в результате данного испытания.

ПРИМЕРЫ СОБЫТИЙ

ДОСТОВЕРНОЕ

1. ПОСЛЕ ЗИМЫ НАСТУПАЕТ ВЕСНА.
2. ПОСЛЕ НОЧИ ПРИХОДИТ УТРО.
3. КАМЕНЬ ПАДАЕТ ВНИЗ.
4. ВОДА СТАНОВИТСЯ ТЕПЛЕЕ ПРИ НАГРЕВАНИИ.

СЛУЧАЙНОЕ

1. НАЙТИ КЛАД.
2. БУТЕРБРОД ПАДАЕТ МАСЛОМ ВНИЗ.
3. ОТМЕНИЛИ ЗАНЯТИЯ.
4. ПОЭТ ПОЛЬЗУЕТСЯ ВЕЛОСИПЕДОМ.
5. В ДОМЕ ЖИВЕТ КОШКА.

НЕВОЗМОЖНОЕ

1. 30 ФЕВРАЛЯ ДЕНЬ РОЖДЕНИЯ.
2. ПРИ ПОДБРАСЫВАНИИ КУБИКА ВЫПАДАЕТ 7 ОЧКОВ.
3. ЧЕЛОВЕК РОЖДАЕТСЯ СТАРЫМ И СТАНОВИТСЯ МОЛОЖЕ.

НАЙДИТЕ ДОСТОВЕРНОЕ СОБЫТИЕ

- А) На уроке математики ученики делали физические упражнения;
- В) Сборная России по футболу не станет чемпионом мира 2025 года;
- С) Подкинули монету и она упала на «Орла».

ВЕРОЯТНОСТЬ

**ЭТО ЧИСЛЕННАЯ МЕРА ОБЪЕКТИВНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ
ПОЯВЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ.**

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

A – некоторое событие,

m – количество исходов, при которых событие A появляется,

n – конечное число равновозможных исходов.

P – обозначение происходит от первой буквы французского слова
probabilite – вероятность.

ВЕРОЯТНОСТЬ

ЭКСПЕРИМЕНТ	ЧИСЛО ВОЗМОЖНЫХ ИСХОДОВ ЭКСПЕРИМЕНТА (n)	СОБЫТИЕ А	ЧИСЛО ИСХОДОВ, БЛАГОПРИЯТНЫХ ДЛЯ ЭТОГО СОБЫТИЯ (m)	ВЕРОЯТНОСТЬ НАСТУПЛЕНИЯ СОБЫТИЯ А $P(A)=m/n$
Бросаем монетку	2	Выпал «орел»	1	$\frac{1}{2}$
Вытягиваем экзаменационный билет	24	Вытянули билет №5	1	$\frac{1}{24}$
Бросаем кубик	6	На кубике выпало четное число	3	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
Играем в лотерею	250	Выиграли, купив один билет	10	$\frac{10}{250} = \frac{1}{25}$

ВЕРОЯТНОСТЬ

1. $P(u) = 1$ (u – достоверное событие);
2. $P(v) = 0$ (v – невозможное событие);
3. $0 \leq P(A) \leq 1$.

ВЕРОЯТНОСТЬ

Колобок катится по лесным тропкам куда глаза глядят. На полянке его тропинка расходится на четыре тропинки, в конце которых Колобка поджидают Заяц, Волк, Медведь и Лиса. Сколько исходов для выбора Колобком наугад одной из четырёх тропинок.

A) 1;

B) 4;

C) 5.



Демографы утверждают, что вероятность рождения близнецов равна 0,012.

В скольких случаях из 10 000 рождений можно ожидать появление близнецов?

Решение:

$$0,012 * 10000 = 120$$

Ответ: в 120 случаях



ПОИСК СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЗНАЧИМОСТИ

Четвёртый круг:

Сюда попадают те, кто перебирает все статистические методы из книги до тех пор, пока не получат значимость меньше 0.05. Грешники сидят в лодках на озере мутной воды, и ловят рыбу себе на пропитание. К счастью у них есть большой выбор различных снастей, на которых написано «Байес», «Стюдент», «Спирмен» и т.д. Но к сожалению только 1 из 20 пойманных рыб является съедобной, поэтому они постоянно голодны.

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Постулат Персига: Число разумных гипотез, объясняющих любое данное явление, бесконечно.

А. Блох “Законы Мерфи”

Нулевая гипотеза (H_0) - отсутствие различий (корреляции, связи) между сравниваемыми выборками.

Альтернативная гипотеза (H_a) - наличие различия между группами.

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

1

отличия между
наблюдаемым и
ожидаемым

2

вероятность
того, что они
являются
случайными
и можно
отвергнуть
гипотезу Но как
неверную

3

гипотеза Но
отвергается,
если веро-
ятность
различий \leq
уровня
значимости

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ЗНАЧИМОСТЬ

с.з. или p -уровень значимости - основной результат проверки статистической гипотезы.

Это вероятность получения данного результата выборочного исследования при условии, что на самом деле для генеральной совокупности верна нулевая статистическая гипотеза.

Ошибки первого и второго рода

	Основная гипотеза верна	Основная гипотеза неверна
Мы приняли основную гипотезу	Верное решение	Ошибка II рода
Мы отклонили основную гипотезу	Ошибка I рода	Верное решение

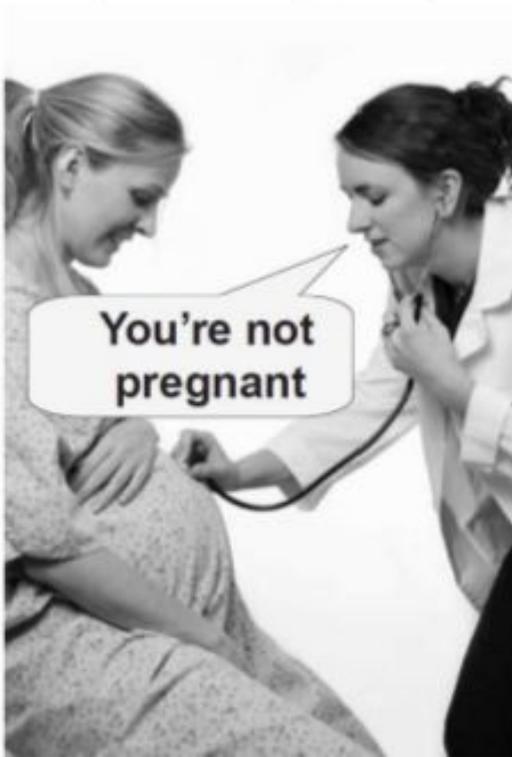
Уровнем значимости (α) гипотезы называют вероятность совершить ошибку первого рода

Ошибки первого и второго рода

Type I error
(false positive)



Type II error
(false negative)



При любой проверке гипотез нужно оценивать размер эффекта — вероятность нулевой гипотезы, и оценивать его практическую значимость.

(Lee et al, 2010): за три года женщины, упражнявшиеся не меньше часа в день, набрали значимо меньше веса, чем женщины, упражнявшиеся меньше 20 минут в день ($p < 0.001$). Разница в набранном весе составила 150 г.

(Ellis, 2010, гл. 2): в 2002 году клинические испытания гормонального препарата Премарин, облегчающего симптомы менопаузы, были досрочно прерваны. Было обнаружено, что его приём ведёт к значимому увеличению риска развития рака груди на 0.08%, риска инсульта на 0.08% и инфаркта на 0.07%. Формально эффект крайне мал, но с учётом численности населения он превращается в тысячи дополнительных смертей.

ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ АНАЛИЗА

1

Статистическая гипотеза

2

Определение генеральной совокупности

3

Организация выборки

Основные критерии обоснованности выводов исследования - репрезентативность выборки и статистическая значимость результатов.

Основные понятия статистики

Генеральная совокупность — все множество объектов, в отношении которого формулируется исследовательская гипотеза.

Выборка - группа объектов, отбираемая из генеральной совокупности для изучения ее свойств.

Репрезентативность выборки — способность выборки представлять изучаемые явления достаточно полно.

Основные понятия статистики

Мода - значение, которое встречается наиболее часто.

Медиана - значение признака, которое делит упорядоченное (ранжированное) множество данных пополам так, что одна половина всех значений оказывается меньше медианы, а другая - больше.

Среднее (выборочное, среднее арифметическое) - сумма всех значений признака, деленная на количество суммированных значений.

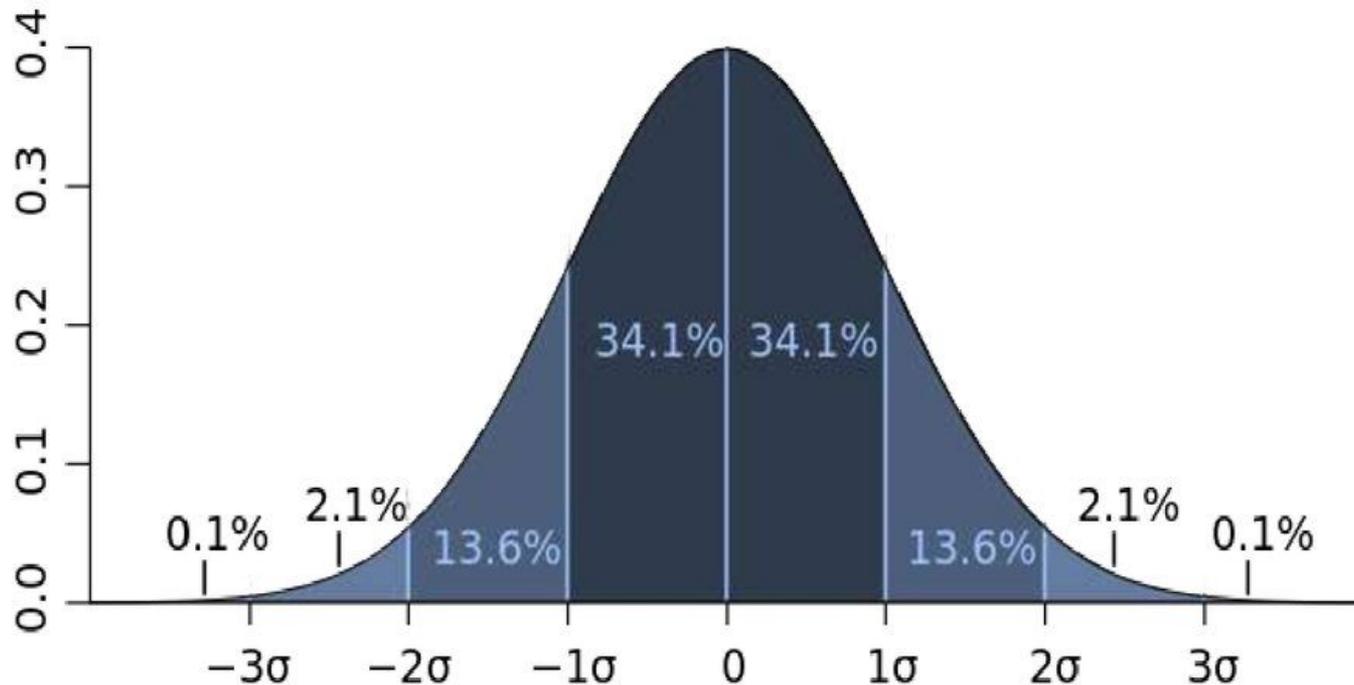


Основные понятия статистики

Дисперсия выборки - сумма квадратов отклонений измеренных значений от их арифметического среднего.

Стандартное отклонение (сигма, СКО) — квадратный корень из дисперсии. Выборку принято описывать: $M \pm \text{СКО}$.

Нормальное распределение



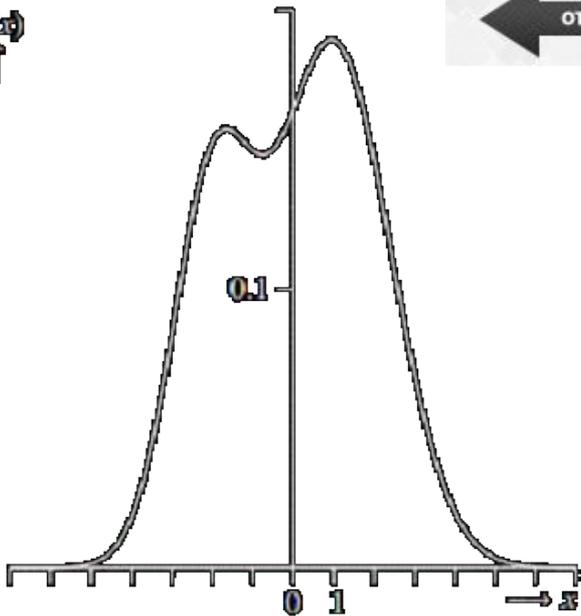
Этот вероятностный закон сообщает нам о том, в какой области наиболее возможно встретить измеряемые значения.

5

90% в диапазоне значений $M \pm 1,64 \sigma$;
95% в диапазоне значений $M \pm 1,96 \sigma$;
99% в диапазоне значений $M \pm 2,58 \sigma$.

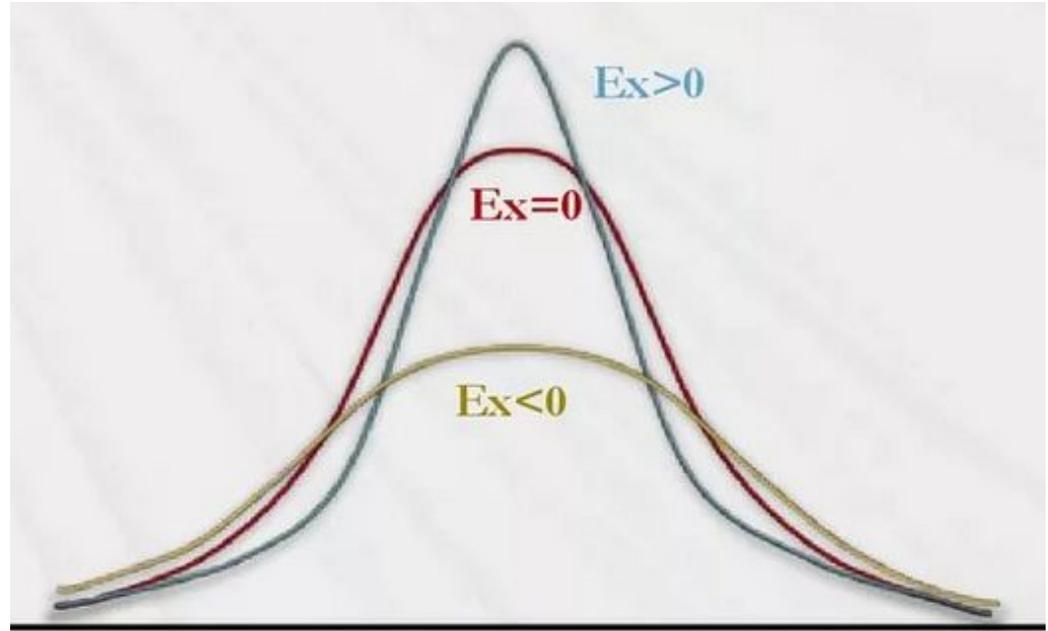
Основные понятия статистики

Асимметрия -
степень
отклонения
графика
распределения
частот от
среднего
значения.



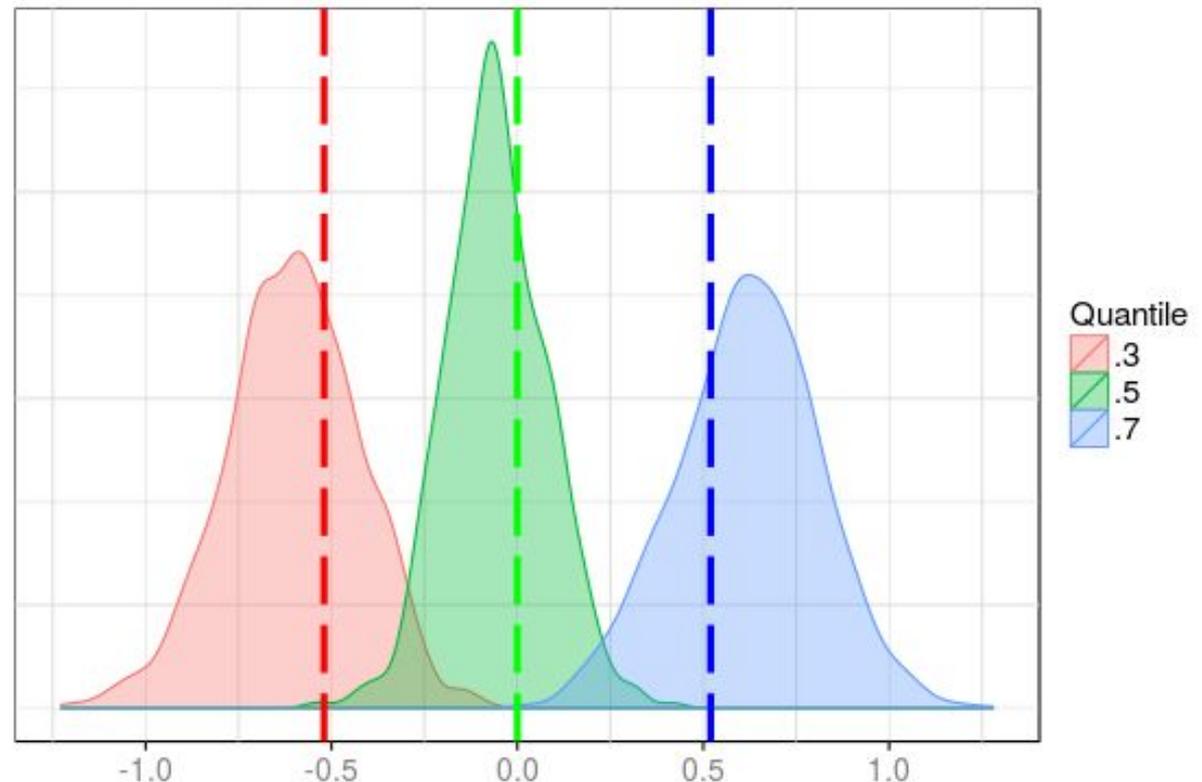
Основные понятия статистики

Эксцесс - острота пика распределения, мера плосковершинности.



Основные понятия статистики

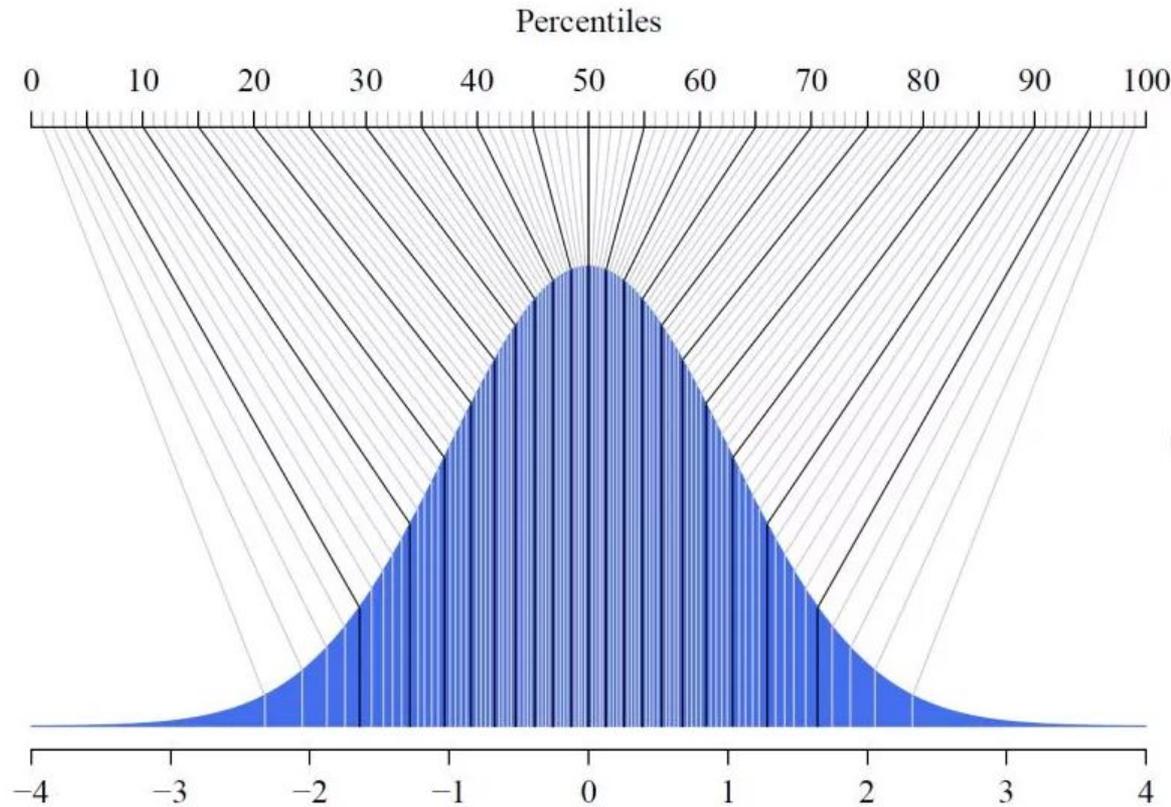
Квантиль - точка на числовой оси, которая делит всю совокупность упорядоченных измерений на две группы с известным соотношением их численности. Кроме медианы часто используются процентиля и квартили.



Основные понятия статистики

Процентили - значения признака, которые делят упорядоченное (по возрастанию) множество наблюдений на 100 частей, равных по численности. При определении 10-го процентиля, P_{10} , отсчитывается 10% испытуемых, имеющих наименьшую выраженность признака.

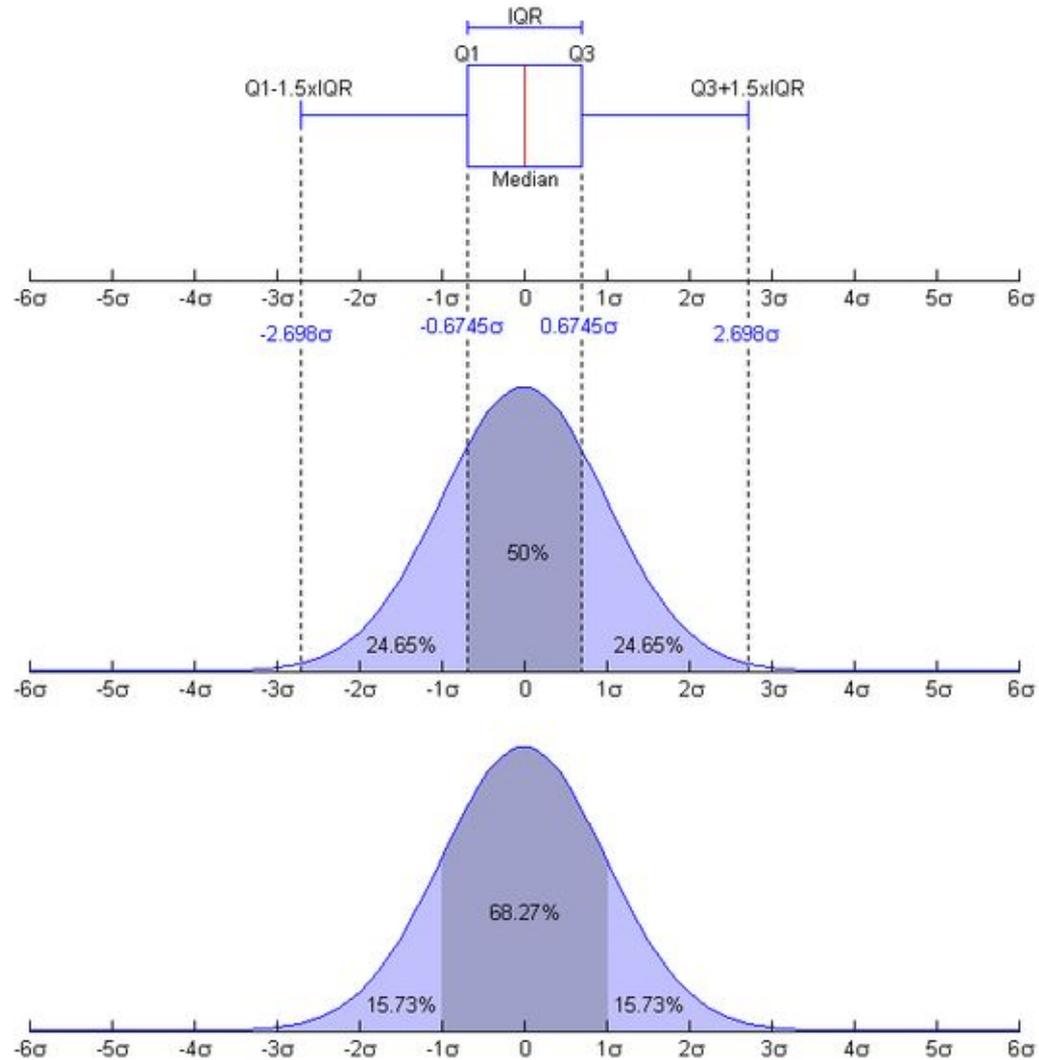
Дециль — 9 значений дециля делят совокупность на 10 равных частей.



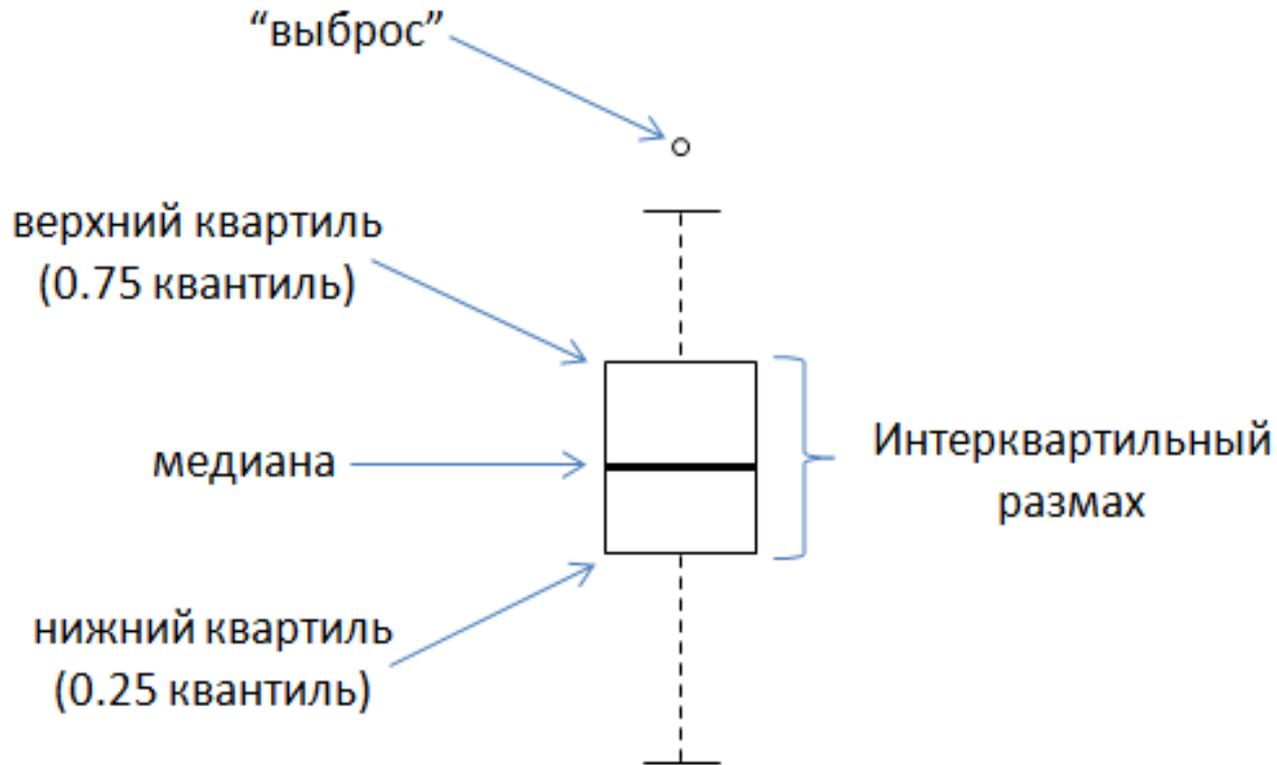
Основные понятия статистики

Квартили - 3 значения (P25, P50, P75), которые делят множество наблюдений на 4 равные по численности части.

Непараметрическая запись распределения: Q1-Q2-Q3



Квартили распределения и график box-plot



Рекомендации по численности выборки

Наибольший объем выборки необходим при разработке диагностической методики - от 200 до 1000-2500 человек.

Если необходимо сравнивать 2 выборки, их общая численность должна быть не менее 50 человек; численность сравниваемых выборок должна быть приблизительно одинаковой.

Если изучается взаимосвязь между какими-либо свойствами, то объем выборки должен быть не меньше 30-35 человек.

Чем больше изменчивость изучаемого свойства, тем больше должен быть объем выборки.

Изменчивость можно уменьшить, увеличивая однородность выборки, например, по полу, возрасту и т. д. При этом уменьшаются возможности генерализации выводов.

Тест противополополиомиелитной вакцины

450 детей были привиты, 680 непривиты (контрольная группа). Вскоре после этого в местности произошла эпидемия, у привитых детей не было ни одного случая заражения полиомиелитом.

Как и ни у одного из членов контрольной группы. Эксперимент был лишен смысла с самого начала из-за неверного выбора количества участников, так как в группе такого размера можно ожидать не более двух случаев заражения.

Шкалы измерений

номинальная (названий или категорий),
порядковая (ординальная),
интервальная,
относительная (шкала отношения).

Дополнительная литература

<http://Statistica.ru>

<https://stepic.org/course/76>

<http://biometrica.tomsk.ru>

