

## Самостоятельная работа 4

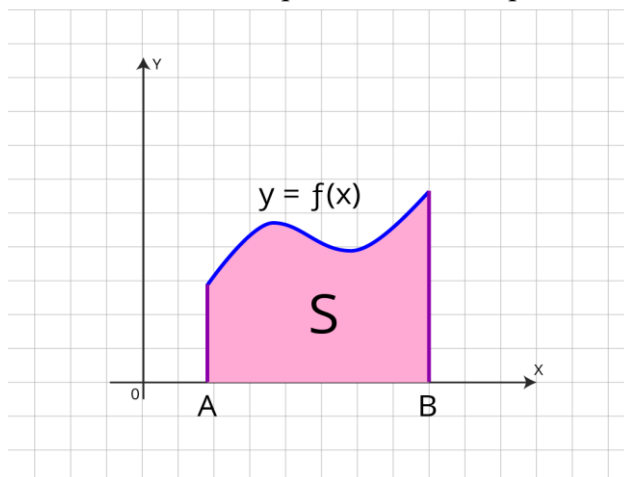
по теме : «Геометрические и физические приложения определенного интеграла»  
для студентов МБФ 1курс 2семестр специальность «биология»

для студентов МБФ 1курс 2семестр специальность «биология»

### Теоретический материал

Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке  $[a;b]$  знака функции  $f(x)$ , прямыми  $x=a$ ,  $x=b$  и отрезком  $[a;b]$ .

Отрезок  $[a;b]$  называют **основанием** этой криволинейной трапеции



По формуле Ньютона – Лейбница криволинейной трапеции находится как

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

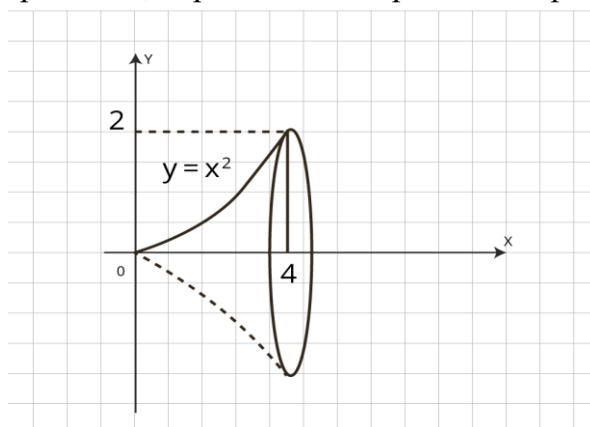
$$S = \int_a^b f(x)dx$$

Объем тела вращения  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

### Примеры и решения

**№1** Найти объем тела вращения вокруг оси  $Ox$ , ограниченной прямыми  $y=0$ ,  $x=0$ ,  $y= x^2$ ,  $x=4$ .

Решение: Построим тело вращения, образованного вращением фигуры вокруг оси  $Ox$



Вспользуемся формулой Ньютона-Лейбница.

и формулой нахождения объемов тел вращения.

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

Далее подставляем значения в формулу и рассчитываем объем тела вращения.

$$V = \int_0^4 x^2 * x^2 dx = \frac{\pi x^5}{5} = \frac{256\pi}{5} = 51,2\pi \text{ ед}^3$$

Ответ  $51,2 \text{ ед}^3$

### Практическое задание

#### ВАРИАНТ 1

Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1)  $y=6x-x^2$  и  $y=0$ .

2)  $y^2=x^3$ ,  $x=0$  и  $y=4$ .

Рассчитать объем тела вращения образованного:

Функцией  $f(x)=x^3$  при  $2 \geq x \leq 4$

---

для студентов МБФ 1курс 2семестр специальность «биология»

#### ВАРИАНТ 2

Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1)  $y=x^2+4x$  и  $x-y+4=0$ .

2)  $xy=6$  и  $y=7-x$ .

Рассчитать объем тела вращения образованного:

Функцией  $f(x)=\sin 2x$  при  $\pi/2 \geq x \leq \pi$

---

для студентов МБФ 1курс 2семестр специальность «биология»

#### ВАРИАНТ 3

Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1)  $y=x^3$  и  $y=x$ .

2)  $y=x^2-6x+10$  и  $y=x$ .

Рассчитать объем тела вращения образованного:

Функцией  $f(x)=x^5$  при  $0 \geq x \leq 2$

---

для студентов МБФ 1курс 2семестр специальность «биология»

#### ВАРИАНТ 4

Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1)  $y=x^3$  и  $y=2x$ .

2)  $x^2=9y$  и  $x=3y-6$ .

Рассчитать объем тела вращения образованного:

Функцией  $f(x)=\cos 2x$  при  $\pi/2 \geq x \leq \pi$

---

для студентов МБФ 1курс 2семестр специальность «биология»

ВАРИАНТ 5

Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1)  $y^2=4x$  и  $y=x$ .

2)  $y=2-x^2$  и  $y^3=x^2$

Рассчитать объем тела вращения образованного:

Функцией  $f(x)=1/\cos x$  при  $\pi/8 \geq x \leq \pi/4$

---

для студентов МБФ 1курс 2семестр специальность «биология»

ВАРИАНТ 6

Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1)  $y^2=4x$  и  $y = \frac{1}{4}x^2$ .

2)  $x=2-y-y^2$  и  $x=0$

Рассчитать объем тела вращения образованного:

Функцией  $f(x)=1/x$  при  $1 \geq x \leq 4$

---

для студентов МБФ 1курс 2семестр специальность «биология»

ВАРИАНТ 7

Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1)  $3y=x^2$  и  $3x=y^2$ .

2)  $y=6x-x^2-5$  и  $y=0$

Рассчитать объем тела вращения образованного:

Функцией  $f(x)=x^7$  при  $0 \geq x \leq 3$

---

для студентов МБФ 1курс 2семестр специальность «биология»

ВАРИАНТ 8

Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1)  $y=x^2-3x$  и  $y=4-3x$ .

2)  $y=x^2-5x+6$ ,  $x=0$  и  $y=0$  (прилегающую к обеим осям)

Рассчитать объем тела вращения образованного:

Функцией  $f(x)=1/\sin x$  при  $\pi/8 \geq x \leq \pi/4$

---

для студентов МБФ 1курс 2семестр специальность «биология»

ВАРИАНТ 9

Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1)  $y=2x-x^2$  и  $y=x$ .

2)  $y^2=x^3$ ,  $x=0$  и  $y=1$

Рассчитать объем тела вращения образованного:

Функцией  $f(x)=x^3$  при  $0 \geq x \leq 2$

---

ВАРИАНТ 10

Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1)  $y = \frac{1}{2}x^2$  и  $y=4-x$ .

2)  $y^3=x^2$  и  $y=1$ .

Рассчитать объем тела вращения образованного:

Функцией  $f(x)=1/x^2$  при  $1 \geq x \leq 3$

---

ВАРИАНТ 11

Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1)  $x=y^2$  и  $x = \frac{3}{4}y^2 + 1$ .

2)  $y=\ln x$ ,  $x=e$  и  $y=0$

Рассчитать объем тела вращения образованного:

Функцией  $f(x)=1/\cos 2x$  при  $\pi/4 \geq x \leq \pi/2$

---

ВАРИАНТ 12

Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1)  $y=x^2$  и  $2x-y+3=0$ .

2)  $xy=6$ ,  $x=1$ ,  $x=e$  и  $y=0$ .

Рассчитать объем тела вращения образованного:

Функцией  $f(x)=2/x$  при  $1 \geq x \leq 4$

---

ВАРИАНТ 13

Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1)  $y=4-x^2$  и  $y=0$ .

2)  $y^2=9x$ , и  $y=3x$

Рассчитать объем тела вращения образованного:

Функцией  $f(x)=2x^3$  при  $1 \geq x \leq 5$

---

ВАРИАНТ 14

Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1)  $y = \frac{1}{2}x^2$  и  $x+2y-6=0$ .

2)  $y=x^2$ , и  $y^2=x$ .

Рассчитать объем тела вращения образованного:

Функцией  $f(x)=1/\sin 2x$  при  $\pi/8 \geq x \leq \pi/6$

-----  
для студентов МБФ 1курс 2семестр специальность «биология»

ВАРИАНТ 15

Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1)  $4x=y^2$  и  $4y=x^2$ .

2)  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$  и  $y=1$

Рассчитать объем тела вращения образованного:

Функцией  $f(x)=3/x^2$  при  $2 \geq x \leq 5$

-----