

Реологические свойства крови Пульсовая волна

Гидродинамика - раздел физики, в котором изучаются движение жидкостей и взаимодействие их с твёрдыми телами.

Движение крови в сосудах сердечно-сосудистой системы является предметом **гемодинамики**, которая подчиняется законам гидродинамики.

Реология - раздел гидродинамики, в котором изучаются свойства жидкости (текучесть, вязкость и т.д.).

Для изучения законов движения жидкостей в гидродинамике вводят понятие идеальной жидкости.

Идеальная жидкость - это воображаемая жидкость, которая, в отличие от реальной жидкости, не имеет вязкости, а также несжимаема и не обладает теплопроводностью.

СКОРОСТЬ ЖИДКОСТИ

ОБЪЁМНАЯ

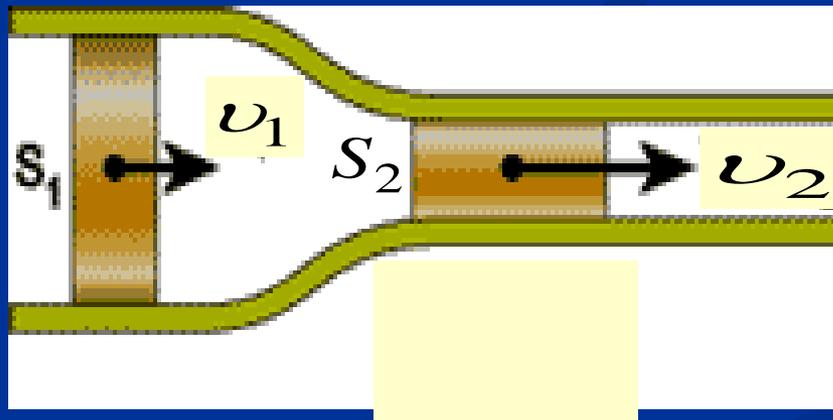
- это объём жидкости, который протекает через каждое сечение трубки за единицу времени.

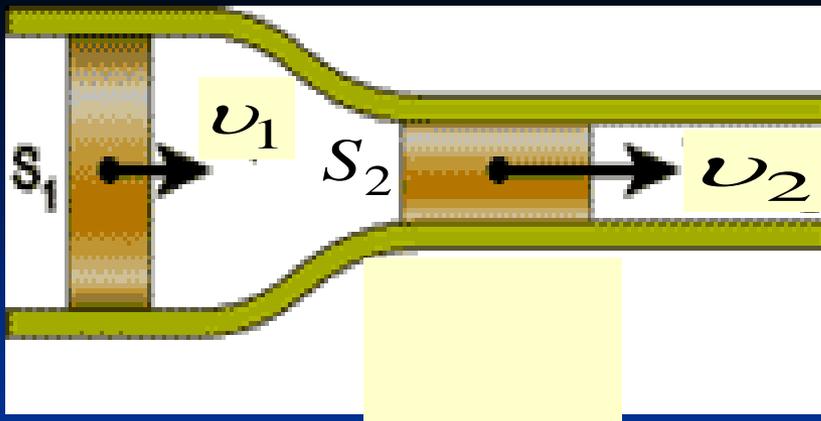
$$Q = \frac{V}{t}, \left[\frac{\text{м}^3}{\text{с}} \right]$$

ЛИНЕЙНАЯ

- это расстояние, которое проходит каждая частица движущейся жидкости за единицу времени, м/с.

$$v = \frac{S}{t}, \left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right]$$





Рассмотрим течение идеальной жидкости через трубку переменного сечения, выделив в ней произвольно два разных сечения S_1 и S_2 .

При движении жидкости заданного объёма в большем сечении каждая частица проходит меньший путь за единицу времени, чем в меньшем сечении, т.е. линейная скорость движения жидкости в большом сечении меньше, чем в маленьком.

Через каждое сечение трубки за единицу времени проходит одинаковый объём жидкости, то есть

$$Q_1 = Q_2 = \dots Q_n$$

$$Q_1 = v_1 \cdot S_1 \quad Q_2 = v_2 \cdot S_2$$



$$v_1 \cdot S_1 = v_2 \cdot S_2 = \dots = v_n \cdot S_n$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}$$

Эти выражения называются уравнением неразрывности потока (струи).

Вязкость жидкости

За счет сил взаимодействия между молекулами реальной жидкости при ее течении возникают силы трения, которые направлены по касательной к поверхности перемещающихся слоев.

Эти силы определяют внутреннее трение или вязкость жидкости

Наличие сил внутреннего трения в жидкости приводит к тому, что ее различные слои движутся с различными скоростями.

Сила внутреннего трения определяется формулой Ньютона

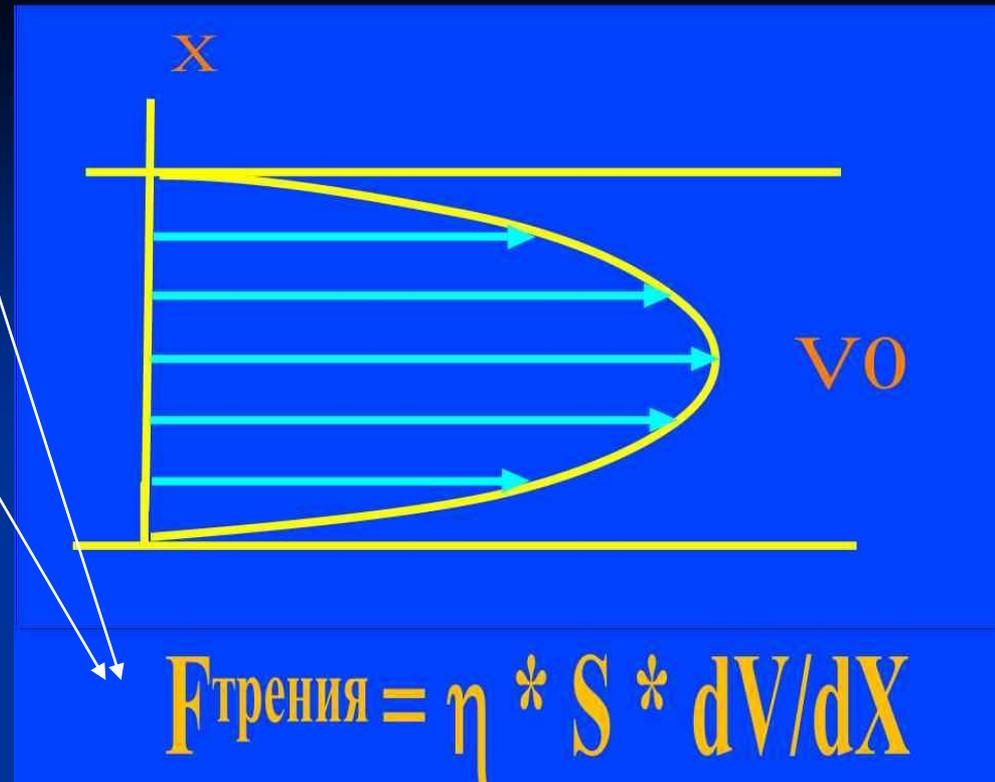
$$F_{\text{трения}} = \eta \times S \times dV/dX$$

S - площадь соприкосновения движущихся слоев жидкости

dv/dx - градиент скорости

В вязкой жидкости существует перепад скоростей ее движущихся слоев вдоль оси X , перпендикулярной направлению движения жидкости

Количественно величина различий в скорости движения слоев жидкости характеризуется градиентом скорости dv/dx , называемым также скоростью сдвига



Коэффициент η , зависящий от свойств жидкости и температуры, называют коэффициентом внутреннего трения или вязкостью или динамической вязкостью.

Единицы вязкости:

в Международной системе –

паскаль-секунда (Па.с)

Применяется и внесистемная единица вязкости - пуаз (П),

$$1\text{Па.с} = 10\text{П.}$$

Для однородной среды с равномерно распределенными твердыми частицами коэффициент вязкости зависит от формы и концентрации частиц

Для малых концентраций

$$\eta^1 = \eta^0 (1 + KС)$$

K – зависит от геометрии частиц

Для сферических частиц

$$K = 2,5 \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right)$$

Ньютоновские и неньютоновские жидкости

Все жидкости могут быть разделены по характеру зависимости вязкости от градиента скорости (скорости сдвига)

Ньютоновские жидкости

В движущейся жидкости вязкость зависит только от ее природы и температуры не зависит от градиента скорости

Неньютоновские жидкости

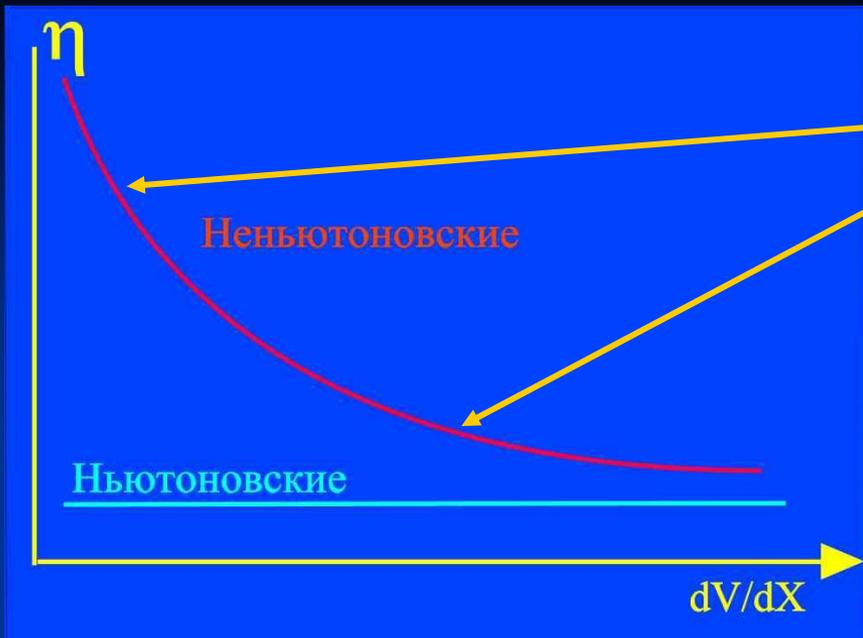
В движущейся жидкости вязкость зависит от градиента скорости

К ньютоновским относятся однородные жидкости.

Плазма является практически ньютоновской жидкостью

Неоднородные жидкости, состоящие из крупных молекул, образующих сложные пространственные структуры

Кровь - неньютоновская жидкость



Вязкость неньютоновских жидкостей увеличивается при уменьшении скорости тока жидкости

$$F \sim (dV/dZ)^n$$

n зависит от условий течения

Кровь - неньютоновская жидкость, так как она представляет собой суспензию форменных элементов (эритроциты, лейкоциты и другие частицы) в плазме. Это значит, что из-за различных градиентов скорости, реализующихся в движущейся крови, ее вязкость в различных участках сосудистой системы может изменяться.

При скоростях сдвига меньше 100 с^{-1} для вязкости крови справедливо уравнение Кессона

$$k_c = (\sqrt{\sigma_c} - \sqrt{\sigma_0}) / \sqrt{(dV/dX)}$$

Методы определения вязкости жидкости

Определение вязкости биологических жидкостей и, особенно, вязкости крови имеет существенное диагностическое значение

Приборы, применяемые для измерения вязкости называют *вискозиметрами*.

В капиллярных вискозиметрах (*вискозиметр Оствальда, Гесса*) вязкость оценивается по объему жидкости, протекающему в единицу времени через капиллярную трубку под действием перепада давлений. Зная геометрические параметры капилляра, величину вязкости ньютоновских жидкостей можно рассчитать по уравнению Пуазейля.

Для определения вязкости неньютоновских жидкостей (в частности, крови) предпочтительнее использовать ротационные вискозиметры. В них исследуемая жидкость помещается в зазор между двумя соосными вращающимися цилиндрами. При этом измеряют угол поворота внутреннего цилиндра, определяют угловую скорость, а затем вязкость. Достоинством такого метода является возможность определять не только значение вязкости, но и ее зависимость от скорости сдвига.



Вязкость крови, определенная при помощи вискозиметра, иногда существенно отличается от вязкости крови в организме.

Вязкость крови

Вязкость воды при температуре 20°C составляет 1 мПа.с

Вязкость крови в норме - 4-5 мПа.с

При различных патологиях значения вязкости крови могут изменяться от 1,7 до 22,9 мПа.с

Приведенные численные значения характеризуют среднюю вязкость крови в крупных кровеносных сосудах, или вязкость проб крови вне организма, измеренную капиллярными методами.

Неоднородность структуры крови, специфика строения и разветвления кровеносных сосудов приводит к довольно сложному распределению вязкости крови, движущейся по сосудистой системе.

Относительной вязкостью крови называют отношение вязкости крови к вязкости воды.

Основные факторы, влияющие на вязкость крови в живом организме

1. Температура. С повышением *температуры* вязкость ньютоновской жидкости *уменьшается*. Изменение температуры может приводить к изменению степени агрегации эритроцитов и вызывать другие изменения в структуре крови. Поэтому температурные изменения вязкости при патологических процессах отличаются *большой сложностью*.

2. Гематокрит. *Гематокритом* называется отношение суммарного объема эритроцитов ($V_{эр}$) к объему плазмы крови ($V_{пл}$), в котором они содержатся. В норме $V_{эр}/V_{пл} = 0,4$

С повышением гематокрита вязкость крови возрастает. Увеличение гематокрита может происходить из-за увеличения концентрации эритроцитов, их агрегации и возрастания размеров. Вязкость венозной крови выше потому, что в венозной крови повышено содержание углекислого газа. Из-за этого эритроциты венозной крови имеют размеры большие, чем артериальные, и другую форму. В результате увеличивается гематокрит и возрастает вязкость

Основные факторы, влияющие на вязкость крови в живом организме

3. Скорость сдвига. Линейная скорость крови и диаметры кровеносных сосудов в различных участках сосудистой системы изменяются очень сильно.

Существенно отличаются и скорости сдвига в потоке движущейся крови. Поскольку кровь является неньютоновской жидкостью, то и ее вязкость, зависящая от скорости сдвига, будет различной в разных отделах системы кровообращения.

Во многих крупных кровеносных сосудах скорость сдвига близка к 1000 с^{-1} .

В этом случае проявление неньютоновского характера движения крови незначительно, и ее вязкость соответствует приведенным выше значениям 4-5 мПа.с в норме.

Это происходит потому что при таких скоростях сдвига крови агрегаты эритроцитов не образуются, а все сформировавшиеся при малых скоростях сдвига их агрегаты полностью разрушаются.

При заболеваниях относительная вязкость крови изменяется

В норме (4,2-6) $\eta_{\text{в}}$

При анемии (2-3) $\eta_{\text{в}}$

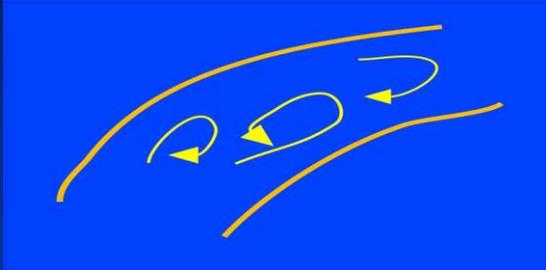
При полицитемии (15-20) $\eta_{\text{в}}$

$\eta_{\text{в}}$ – вязкость воды = 0,01 пуаз

Однако, при уменьшении скорости сдвига в мелких кровеносных сосудах эффективная вязкость постепенно возрастает, причем, при скоростях сдвига, меньших 1 с^{-1} , этот рост происходит весьма резко.

Характер тока жидкости в кровеносных сосудах

Если при течении жидкости линии тока непрерывны, то такое течение называется ламинарным.



В движущейся жидкости могут возникать завихрения, скорость ее частиц хаотически изменяется, линии тока претерпевают разрывы, изменяющиеся со временем. Такое движение жидкости называется турбулентным.

Условием для возникновения турбулентности является увеличение скорости, плотности жидкости, диаметра трубы или уменьшение вязкости

Ламинарный или турбулентный характер течения жидкости зависит от безразмерного параметра, называемого числом Рейнольдса (Re)

$$Re = \frac{\rho V d}{\eta}$$

ρ - плотность жидкости, η – вязкость, V - скорость течения, d - диаметр трубы

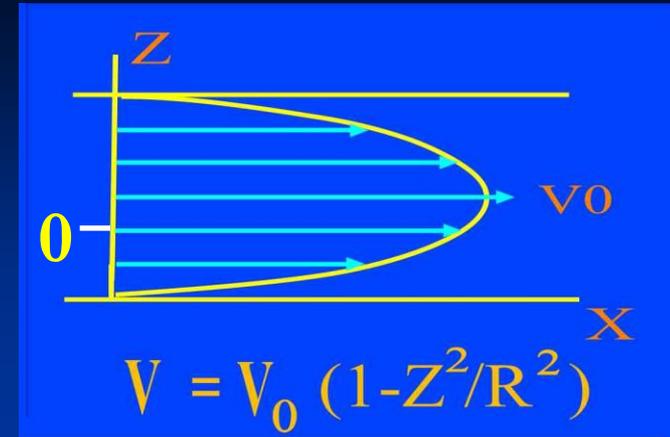
Если число Рейнольдса не превышает некоторого критического значения $Re_{кр}$ - течение жидкости ламинарно.

Если же $Re > Re_{кр}$, то в потоке жидкости возникают завихрения – ее течение становится турбулентным.

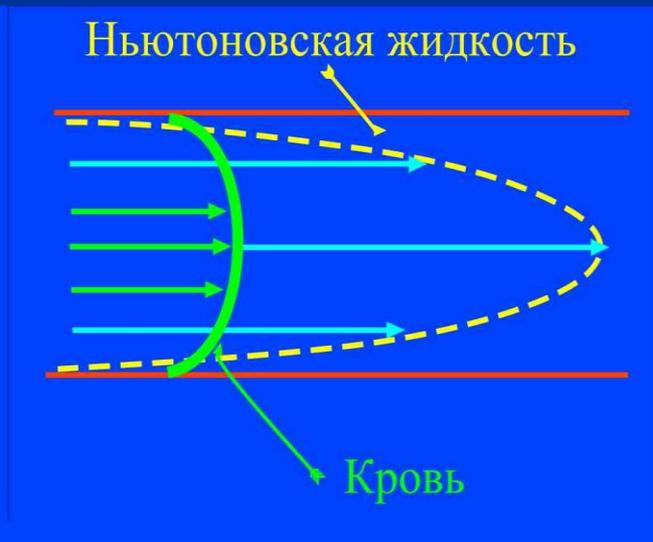
Для гладких труб и ньютоновской жидкости $Re_{кр} = 2300$

Характер тока жидкости в кровеносных сосудах

Если бы по сосуду двигалась однородная ньютоновская жидкость, то скорость ее частиц по оси сосуда была бы максимальной, а у стенок - минимальной. Соединяя концы векторов скорости различных частиц жидкости, получим линию - *профиль скорости*. Для ньютоновской жидкости он имеет вид параболы

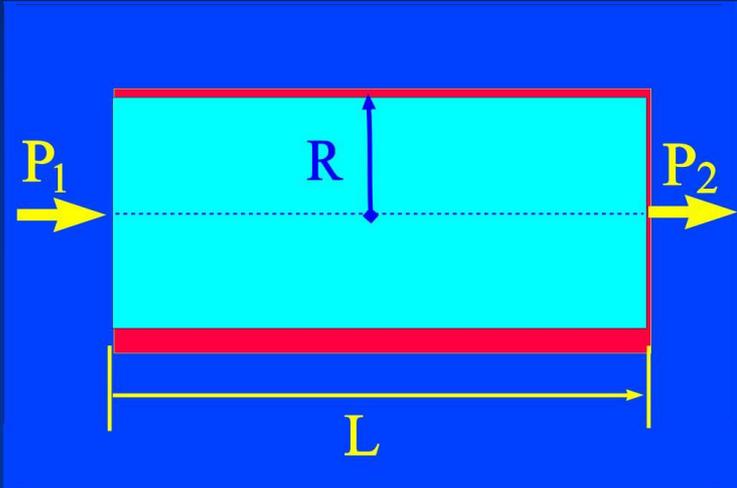


В движущейся крови профиль скоростей существенно «уплощается». Скорости движения частиц по центру сосуда и у ее краев отличаются мало. При движении эритроцитов с потоком плазмы возникает их продольная ориентация в соответствии с направлением движения. У стенки сосуда образуется тонкий пристеночный слой плазмы крови, не содержащий эритроцитов и обладающий пониженной вязкостью. Эритроциты, «построившиеся» друг за другом, продвигаются по сосуду в оболочке из плазмы. Это явления приводят к уменьшению вязкости крови и облегчают ее движение, особенно, в мелких кровеносных сосудах



Формула Пуазейля

служит для количественного описания процессов ламинарного течения вязкой жидкости в цилиндрической трубе постоянного сечения



$$V = \frac{\pi R^4 (P_1 - P_2)}{8\eta L} t$$

V - объем вязкой жидкости
 L - длина участка трубы
 R - радиус
 t - время истечения жидкости
 $(P_1 - P_2)$ - перепад давлений
 η - вязкость

Объемная скорость течения жидкости

$$Q = V/t$$

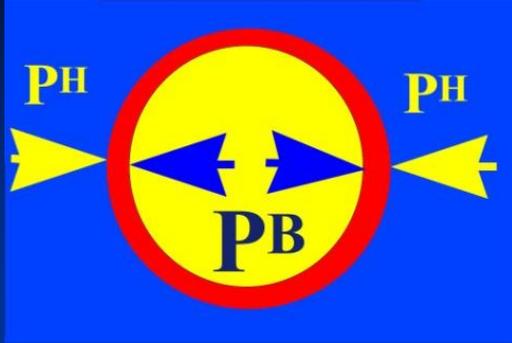
Гидравлическое сопротивление сосуда

$$X = 8\eta L / \pi R^4$$



$$Q = \frac{(P_1 - P_2)}{X}$$

Давление в кровеносной системе



Трансмуральное давление (P_T)

-разность давлений на внутреннюю (P_B)
и наружную (P_H) стенки сосуда

Трансмуральное давление растягивает кровеносные сосуды

*Давление на наружную стенку сосуда чаще всего считают равным
атмосферному.*

На величину трансмурального давления существенно
влияет сила тяжести, создающая
гидростатическое давление крови:

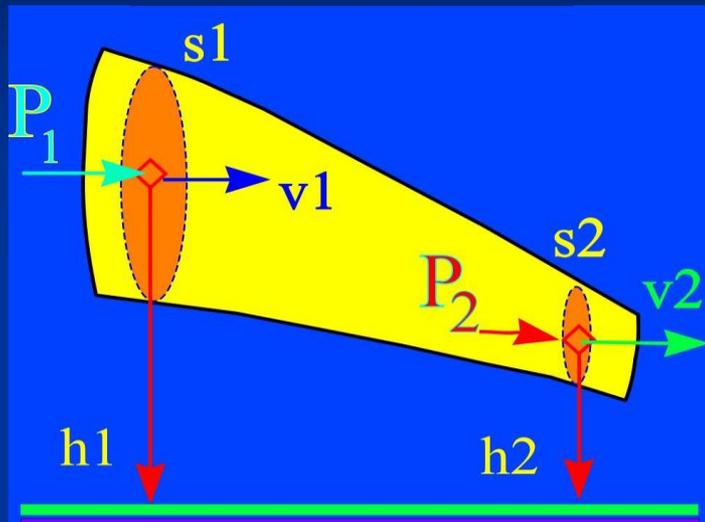
$$P_{Гс} = \rho gh$$

Уравнение Бернулли

- - основное количественное соотношение для течения идеальной жидкости

Идеальная жидкость

- абсолютно несжимаема
- невязкая



$$rv^2/2 + P + rgh = \text{const}$$

Сумма разнопричинных давлений в жидкости (полное давление) – величина постоянная

Кинетическая энергия - $rv^2/2$ - динамическое давление, обусловленное движением жидкости

Потенциальная энергия

P - статическое давление, не связанное с движением жидкости

rgh - гидростатическое давление

**Полное
давление**

Гидравлическое сопротивление

зависит от :

- вязкости крови
- длины сосуда
- радиуса сосуда

В физиологических условиях изменениями первых двух параметров обычно пренебрегают, решающее влияние оказывает лишь обратная зависимость сопротивления от радиуса сосуда в четвертой степени



$$X \sim 1/R^4$$

Следовательно справедливо соотношение

$X_{\text{капилляра}} > X_{\text{артерии}} > X_{\text{аорты}}$

Для случая *последовательно* соединенных сосудов общее сопротивление определяется суммой их отдельных гидравлических сопротивлений:

$$X = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n$$

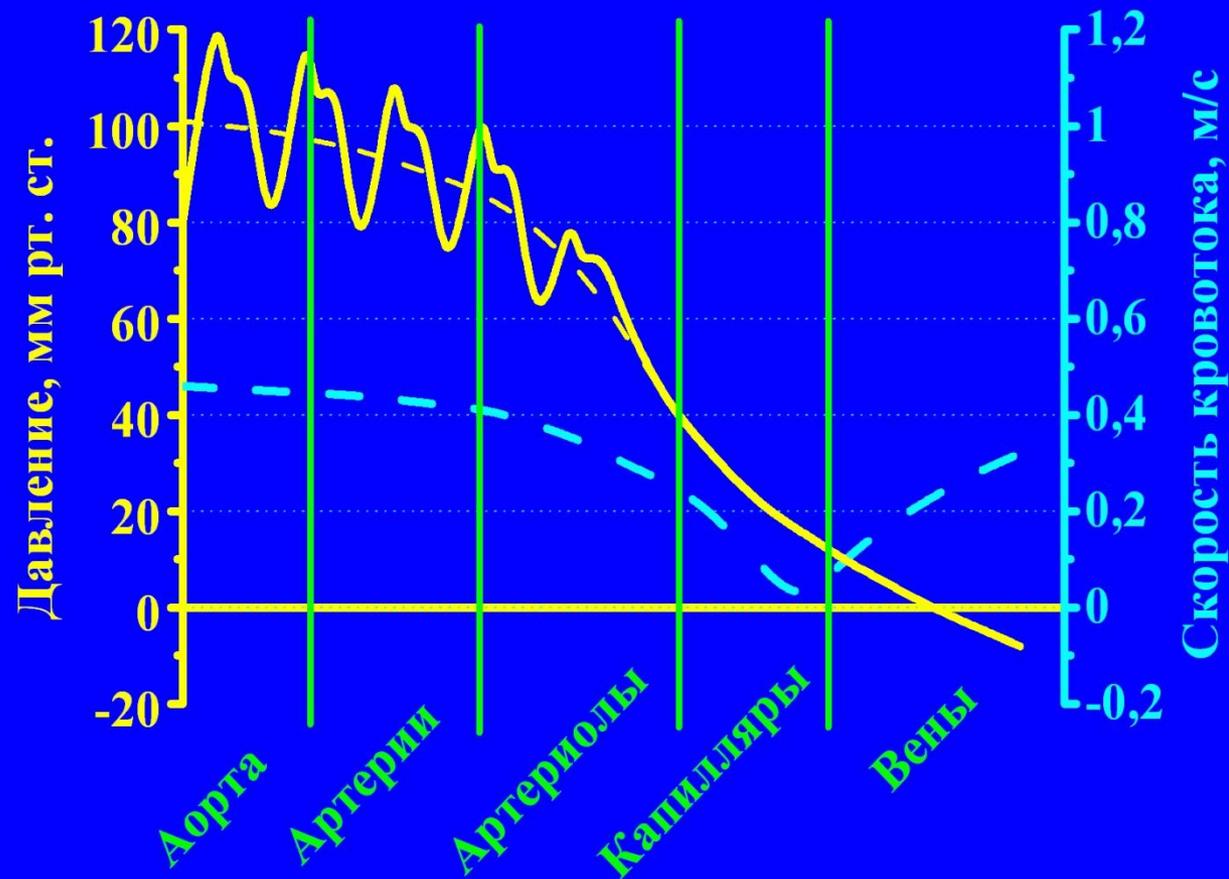
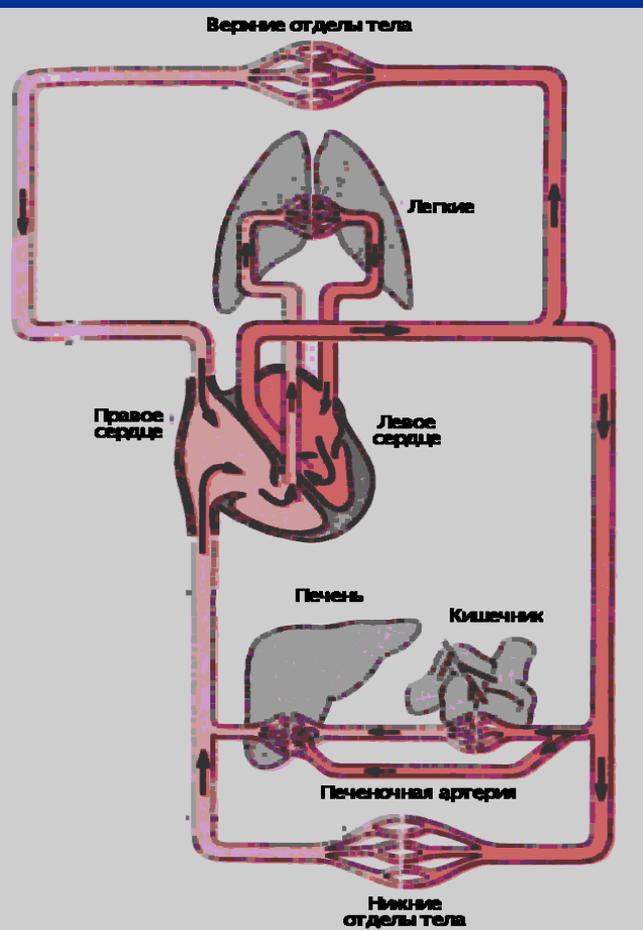
При *параллельном* ветвлении сосудистого русла общее сопротивление находится из уравнения:

$$X = 1/X_1 + 1/X_2 + \dots + X_n$$

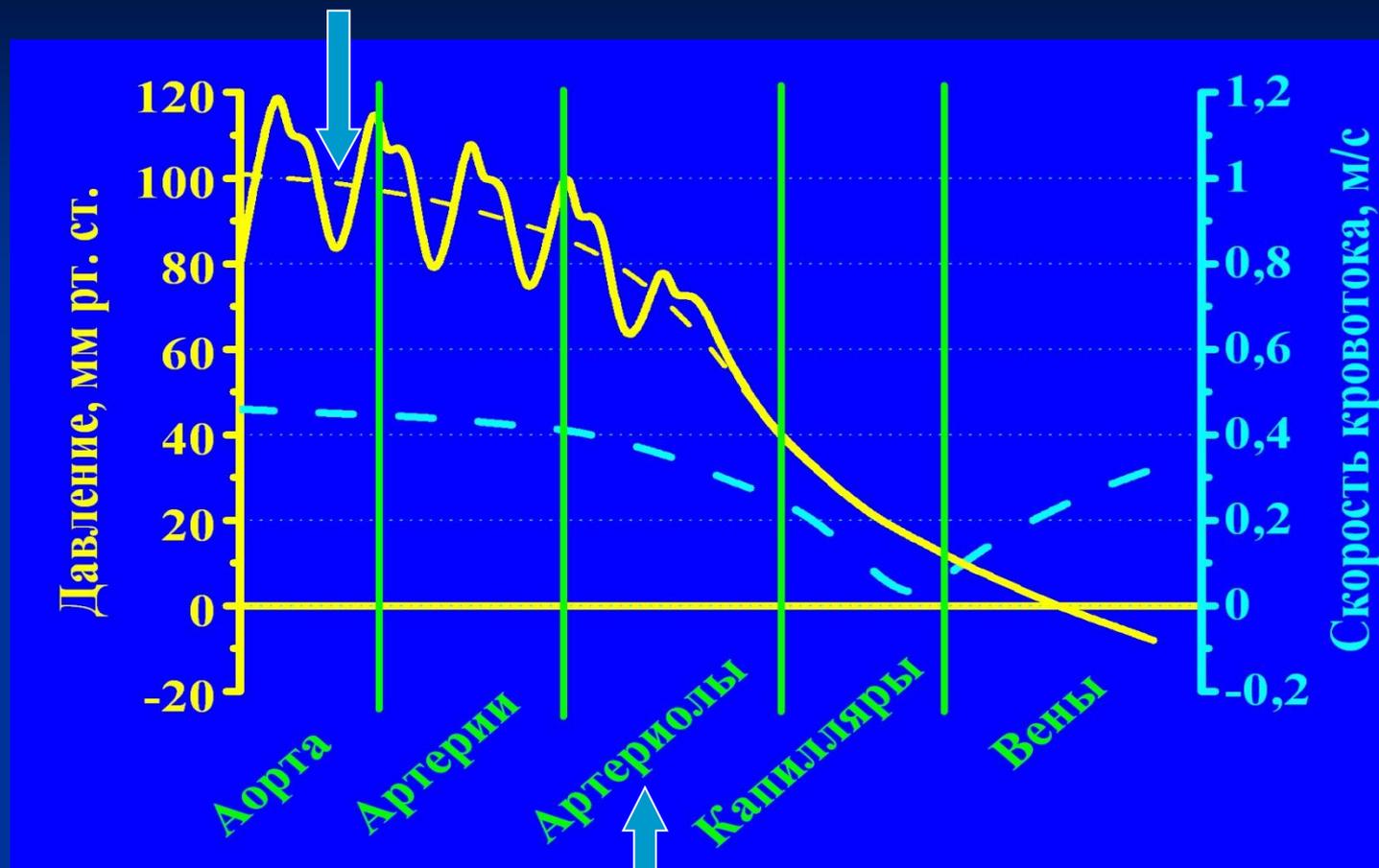
Распределение давления и скорости кровотока в сосудистой системе

В любой точке сосудистой системы давление крови зависит от:

- атмосферного давления
- гидростатического давления, обусловленного весом кровяного столба
- давления, обеспечиваемого насосной функцией сердца

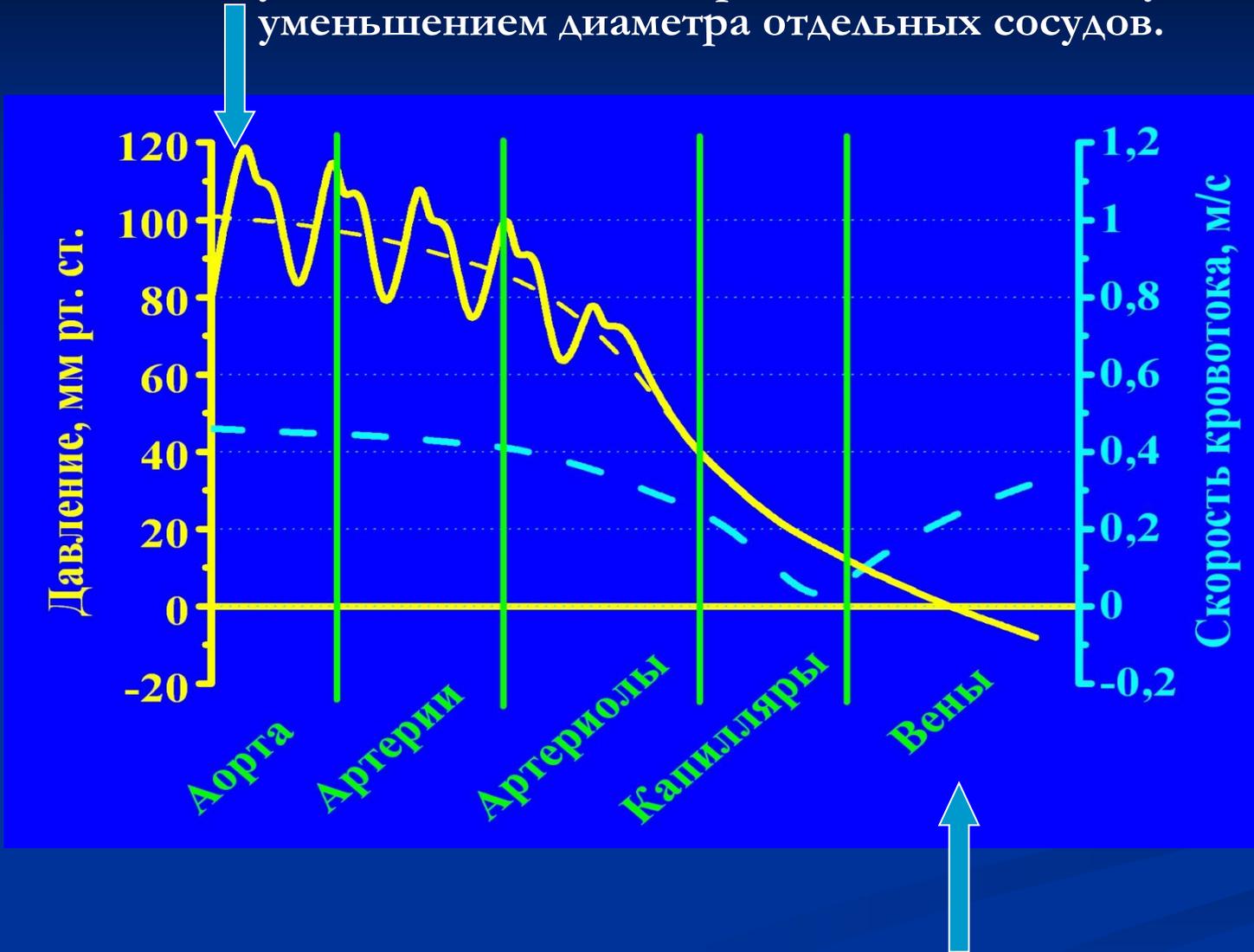


В аорте и крупных артериях падение давления (разница средних давлений в начале и в конце сосуда) невелика



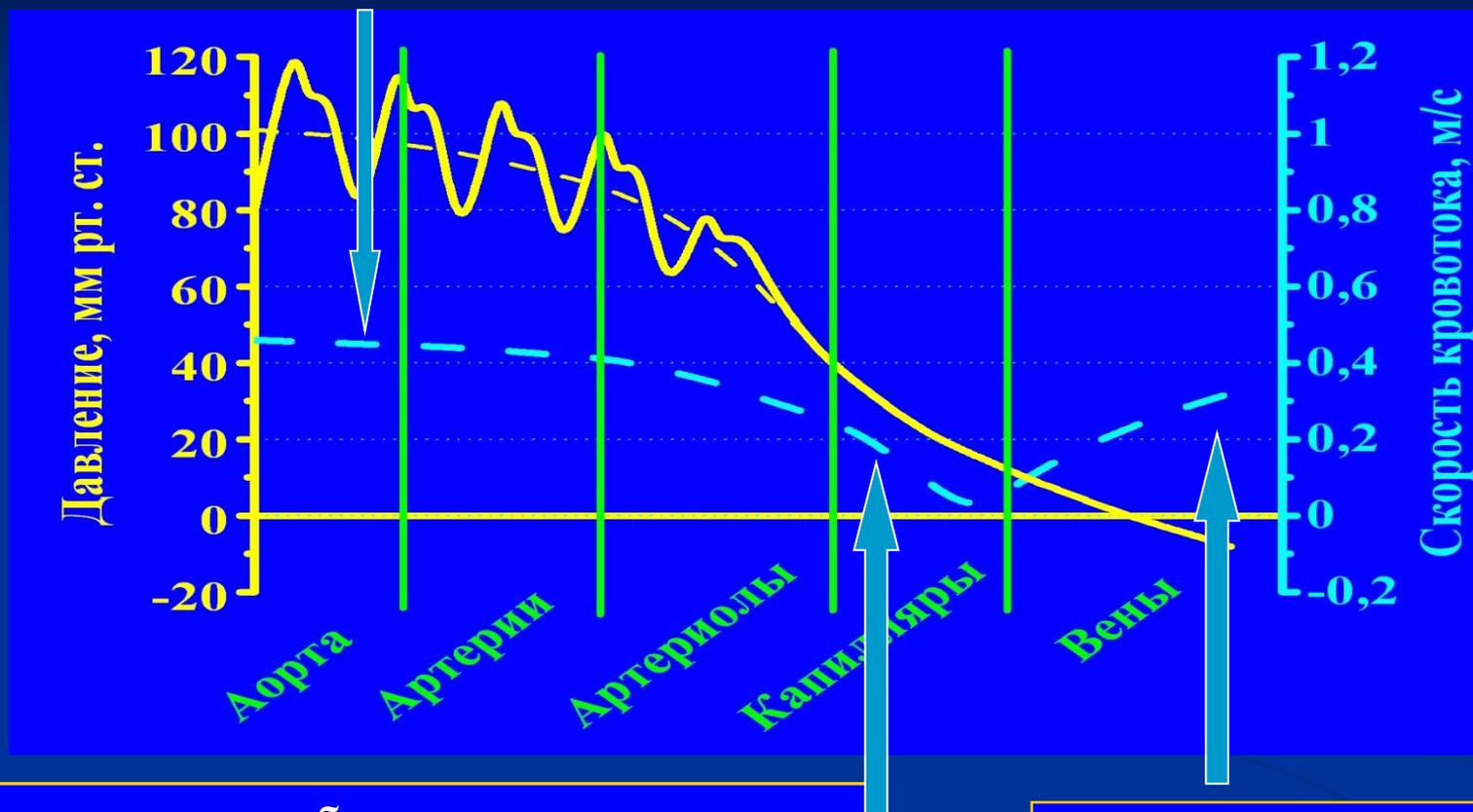
В артериолах наблюдается *максимальное падение давления*, поскольку для совокупности артериол происходит большое увеличение гидравлического сопротивления.

■ В крупных кровеносных сосудах проявляются пульсовые колебания давления, амплитуда которых уменьшается с увеличением степени разветвленности сосудистого русла и уменьшением диаметра отдельных сосудов.



■ В венах, впадающих в сердце, давление ниже атмосферного.

Сосудистая система обладает минимальной площадью сечения в области аорты, где наблюдается максимальная амплитуда пульсовых колебаний и наибольшая линейная скорость крови порядка 0,5 м/с



По мере перехода к более мелким кровеносным сосудам суммарная площадь их сечения увеличивается и, в соответствии с условиями неразрывности струи, скорость кровотока в них уменьшается, составляя в капиллярах около 0,5 м/с.

В венозной части сосудистой системы суммарная площадь сечения сосудов уменьшается, что приводит к возрастанию скорости кровотока

В любой точке сосудистой системы давление крови зависит от:

- атмосферного давления, гидростатического давления, обусловленного весом кровяного столба, давления, обеспечиваемого насосной функцией сердца
- В аорте и крупных артериях падение давления (разница средних давлений в начале и в конце сосуда) невелика.
- В артериолах наблюдается *максимальное падение давления*, поскольку для совокупности артериол происходит большое увеличение гидравлического сопротивления.
- В венах, впадающих в сердце, давление ниже атмосферного.
- В крупных кровеносных сосудах проявляются пульсовые колебания давления, амплитуда которых уменьшается с увеличением степени разветвленности сосудистого русла и уменьшением диаметра отдельных сосудов.
- Сосудистая система обладает минимальной площадью сечения в области аорты, где наблюдается максимальная амплитуда пульсовых колебаний и наибольшая линейная скорость крови порядка 0,5 м/с
- По мере перехода к более мелким кровеносным сосудам суммарная площадь их сечения увеличивается и, в соответствии с условиями неразрывности струи, скорость кровотока в них уменьшается, составляя в капиллярах около 0,5 мм/с.
- В венозной части сосудистой системы суммарная площадь сечения сосудов уменьшается, что приводит к возрастанию скорости кровотока

Движение цилиндрического элемента крови

Давление 

$$F = \pi r^2 d_x p$$



$$dF_{\text{трения}} = p/S =$$

$$= (8\pi\eta / \pi r^2) Q dX$$

по формуле Пуазейля

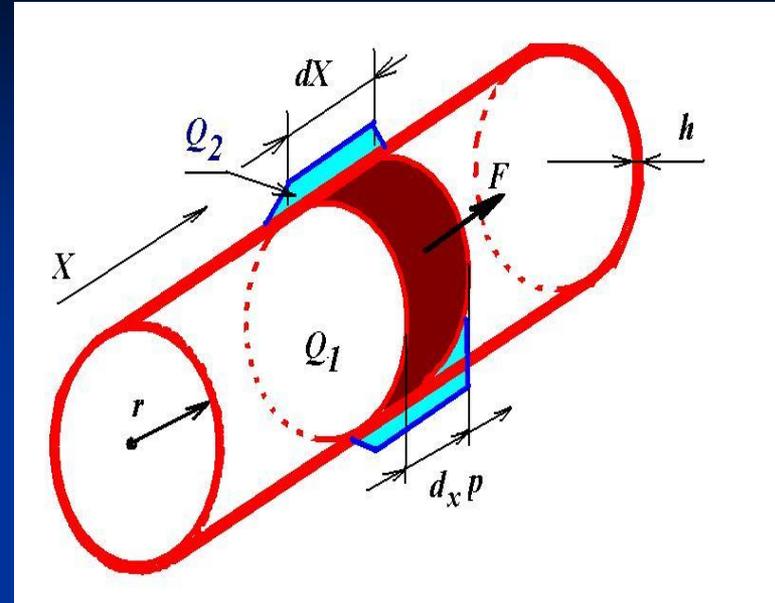
Где $Q = \pi r^2 u_{cp}$

-объемная
скорость
кровотока



$$dF_{\text{ускорения}} = d_x m d_t u_{cp} / dt$$

$$d_x m = \rho \pi r^2 dX$$



I Распределение давления по сосуду

$$-dp/dX = \rho (d_t u_{cp} / dt) +$$

$$(8\pi\eta / \pi r^2) Q$$

Деформация сосуда

Изменение просвета сосуда
в соответствии с упругими
свойствами сосуда

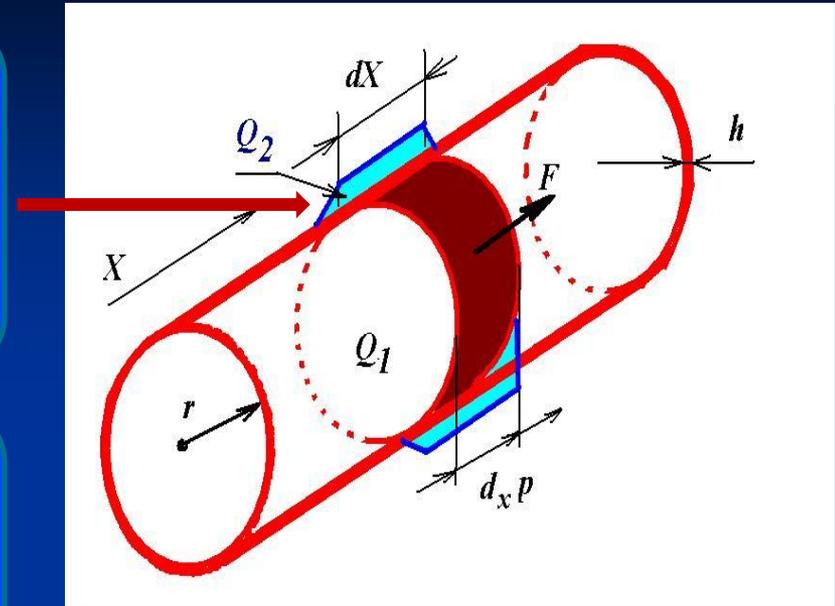
$$d_p/dt = (Ea_0/2r^2S) d_t S/dt$$

На участке dX
при условии несжимаемости
крови

$$d_t S dX = Q_1 dt - Q_2 dt = -d_x Q dt$$

Изменение объемной скорости
кровотока по длине сосуда

$$d_t S/dt = d_x Q/dX$$



II

Распределение давления
по времени

$$dp/dt = -(Ea_0/2r^2S) dQ/dX$$

Линейная модель с распределенными параметрами

$$R = \frac{8\pi\eta}{S^2}$$

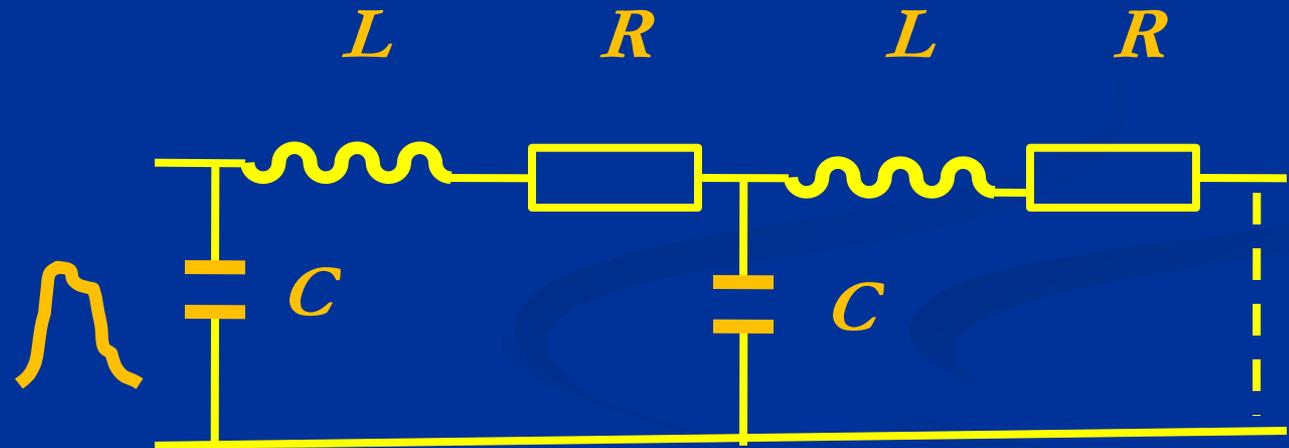
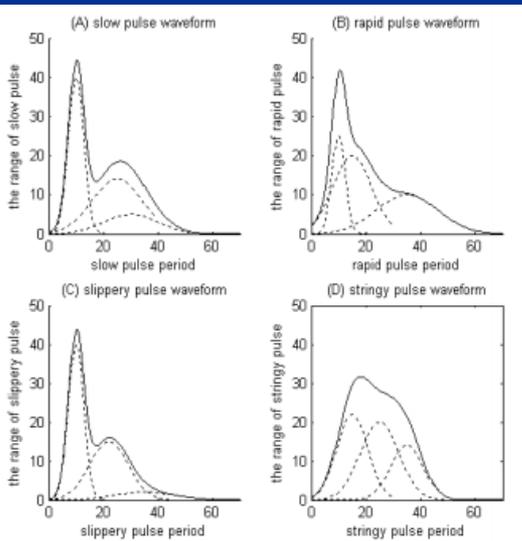
$$C = \frac{2rS}{Eh}$$

$$L = \frac{\rho}{S}$$

Гидродинамическое сопротивление

Эластичность сосудов

Инерционность крови



$$p(0) \Rightarrow$$

$$1) \quad -dp/dX = L dQ/dt + RQ$$

$$2) \quad dp/dt = -1/C dQ/dX$$

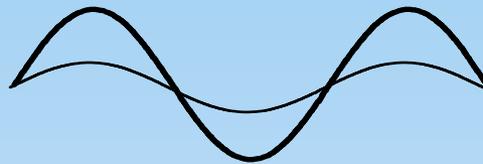
Жан Баптист Джозеф Фурье



= Сумме синусов и косинусов

$3 \sin(x)$

A



+ $1 \sin(3x)$

B



+ $0.8 \sin(5x)$

C



+ $0.4 \sin(7x)$

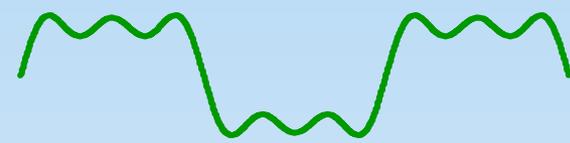
D



A+B



A+B+C



A+B+C+D

$$f(x) = \int_{u=-\infty}^{\infty} F(u) e^{+2\pi i u x} du$$

Решение для гармонических колебаний

При начальном
условии

$$p(0) = p_0 \cos \omega t$$

$$P = A_0 \exp(-\chi X) \cos(\omega t - \beta X)$$

Уравнение затухающей волны

χ – характеризует затухание по
ходу сосуда

βX – сдвиг фазы по ходу сосуда Связан со скоростью

$$\beta^2 - \chi^2 = \omega^2 LC$$

$$2\beta \chi = \omega RC$$

$$V = \omega / \beta$$

$$\lambda = 2\pi V / \omega = 2\pi / \beta$$

Мелкие сосуда $V = \sqrt{2} \omega / RC = \sqrt{2} \omega E h r / 8 \eta$ Вязкостный характер

Крупные сосуда $V = 1 / \sqrt{LC} = \sqrt{E h / 2 r \rho}$ Инерционный характер

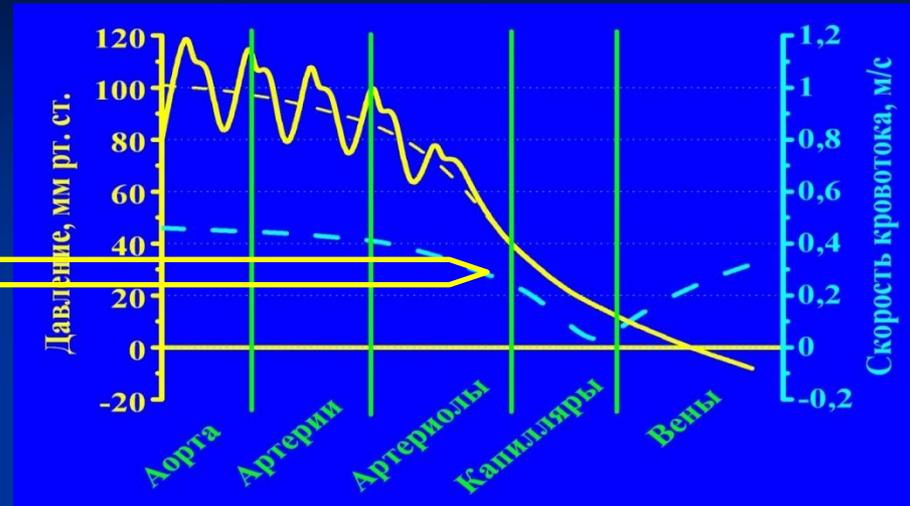
Чисто резистивная модель (периферическое кровообращение)

$$dp/dt = -1/C \, dQ/dX$$

$$C = 2rS / Eh \rightarrow 0$$

$$dp/dt \rightarrow \text{const}$$

$$-dp/dX = L \, dQ/dt + RQ$$

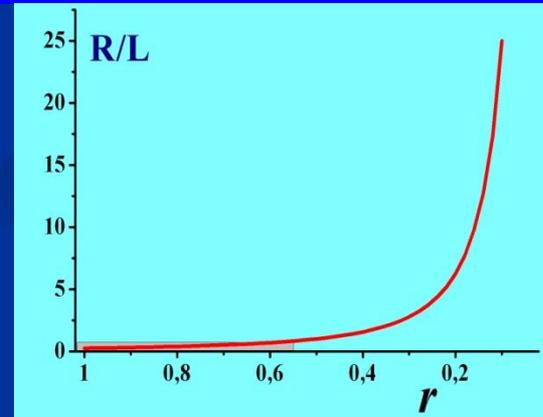


$$-dp/dX = RQ$$

$$R = 8\eta / \pi r^4$$

$$L = \rho / \pi r^2$$

$$Q = (P - P_{\text{кон}}) / R_0 \text{ (по закону Пуазейля)}$$



Объемная скорость кровотока пропорциональна давлению и обратно пропорциональна общему сопротивлению кровеносных сосудов



В обозначениях учебника Антонова: W — гидродинамическое сопротивление периферического кровотока

Пульсовая волна — процесс распространения изменения объема вдоль эластического сосуда в результате изменения в нем давления и массы жидкости

$$P = P_0 e^{-\chi x} \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$$

уравнение гармонической пульсовой волны

$$v = \sqrt{\frac{Eh}{\rho d}}$$

Скорость распространения пульсовой волны

Формула Моенса–Кортевега

E – модуль упругости;
ρ – плотность вещества;
h – толщина стенки сосуда;
d – диаметр сосуда.





Модель Франка

(модель со сосредоточенными параметрами)

Левый ж-крупные сосуды-мелкие сосуды

1 фаза приток

2 фаза –изгнание крови из крупных сосудов

Модель Ф

- Крупные сосуды – одна система с высокоэластичными стенками, а гидравлическим сопротивлением пренебрегают
- Система микрососудов- жесткая трубка, гидродинамическое - велико
- Эти характеристики постоянны во времени
- Пренебрегают переходными процессами
- Механизм подачи (открытия клапанов) –независим от работы сосудов

1/ $dV/dt = Q_{сердце}(t) - Q(t)_{сосуды}$

2. $dV = CdP$ т.е. полагаем зависимость объема резервуара от давления линейной обратно пропорциональной модулю упругости $1/E$

3 Для периферических сосудов (жесткой трубки)

$Q(t)_{сосуды} = (P \text{ в крупных(резервуар)} - P \text{ на выходе из капилляров (жесткой тр, венозное)})$

Деленное на гидродин сопротивл

Франка — Старлинга закон
O. Frank, (1865—1944),
H. Starling, (1866—1927)

Старлинга закон (E.H. Starling, 1866—1927, английский физиолог; син.: закон сердца, Франка — Старлинга закон) — физиологический закон, согласно которому сила сокращения волокон миокарда пропорциональна первоначальной величине их растяжения.

Мелкие сосуды
(периферический
кровоток)



Крупные
сосуды (аорта)

Левый
желудочек

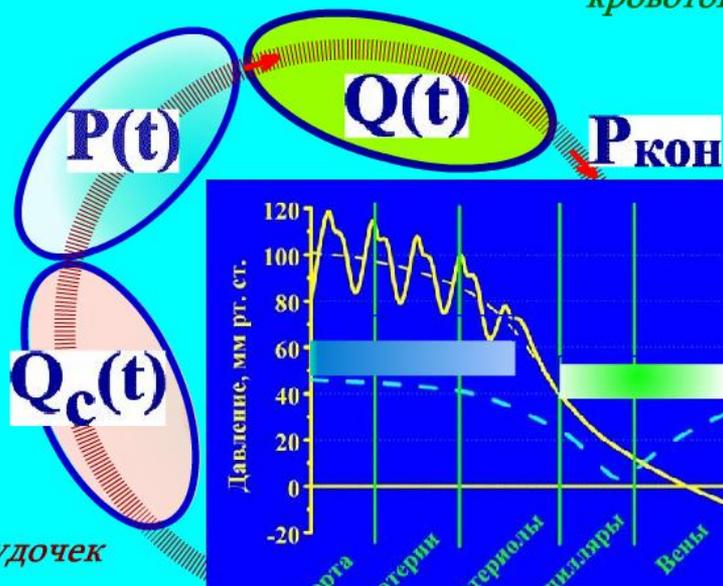
Стефан Хейлс (1677 - 1761)



Измерил артериальное давление и установил его связь с течением крови.
Ввел понятие периферического сопротивления при течении крови и показал, что главная часть этого сопротивления падает на мельчайшие сосуды в тканях

Крупные сосуды
(аорта)

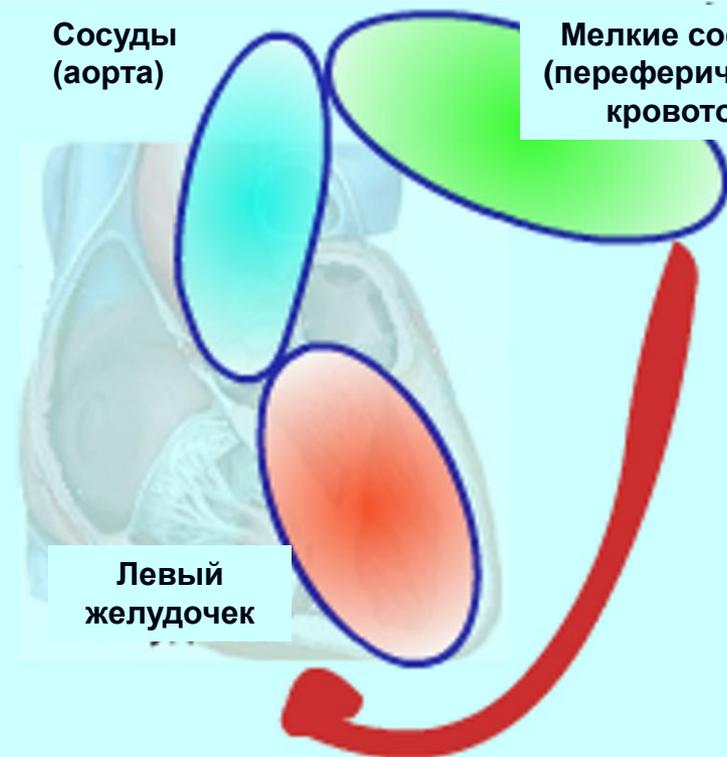
Мелкие сосуды
(периферический
кровоток)



Левый желудочек

Сосуды
(аорта)

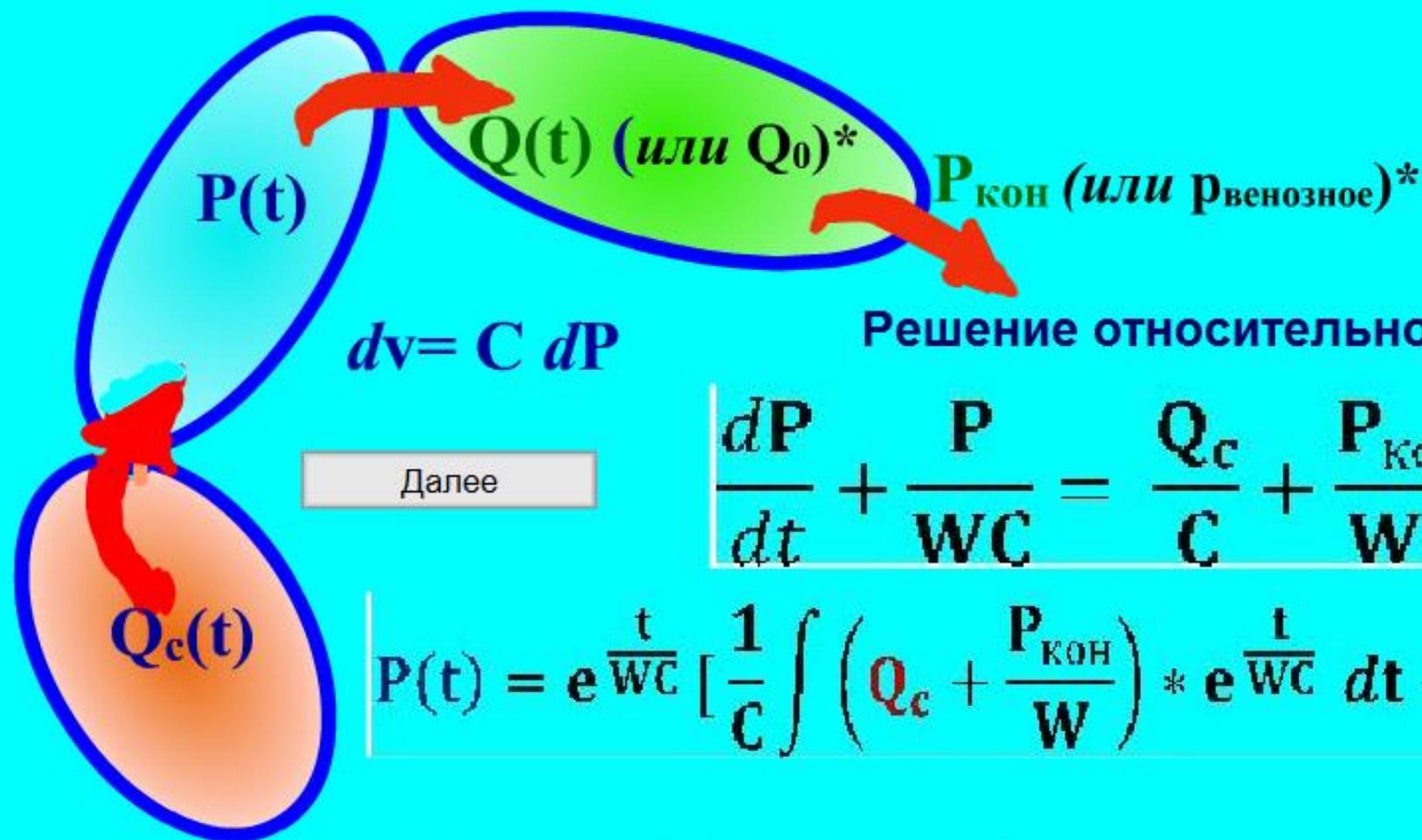
Мелкие сосуды
(периферический
кровоток)



Левый
желудочек

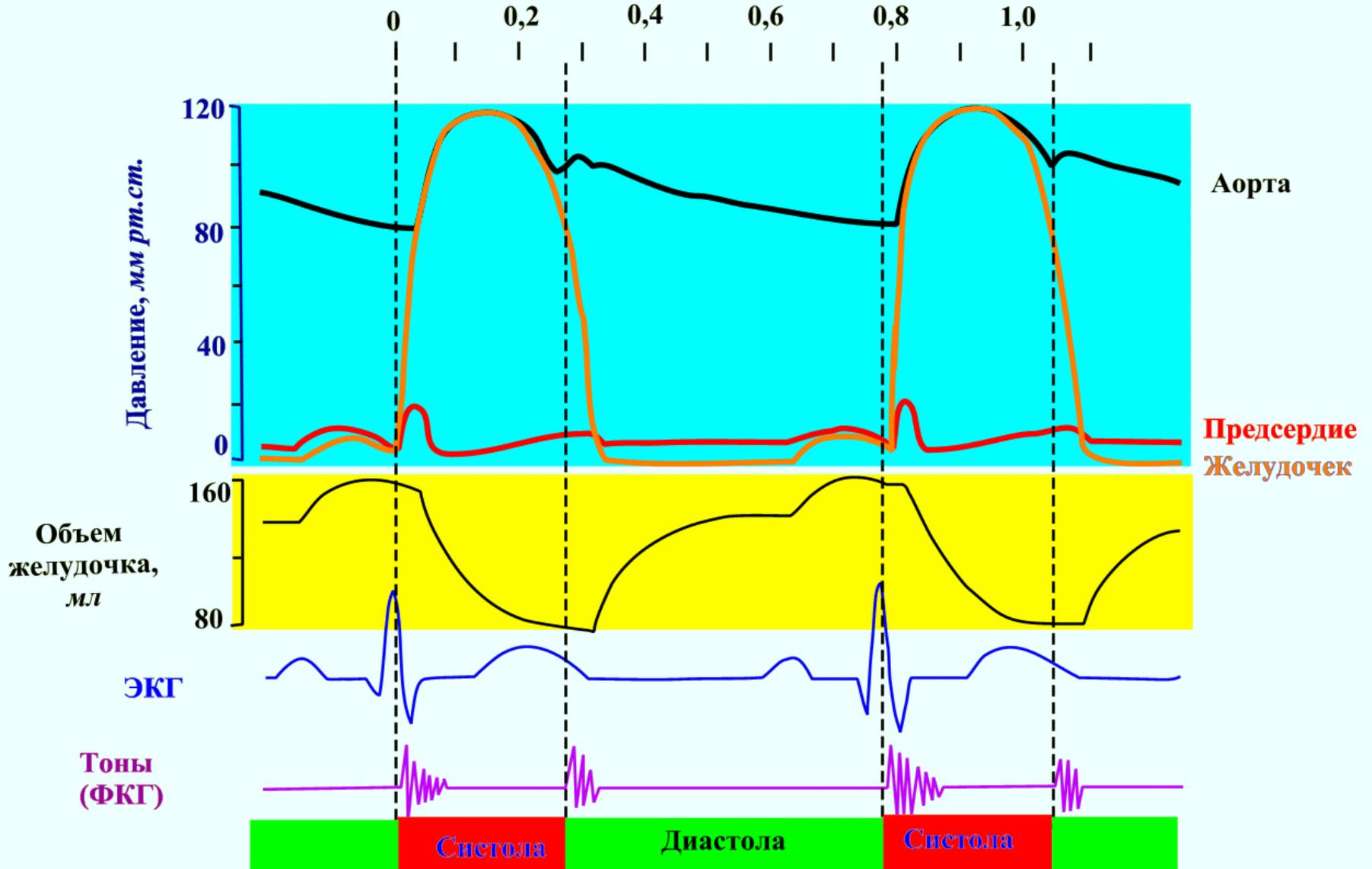
$$dv/dt = Q_c(t) - Q(t)$$

$$Q(t) = (P(t) - P_{\text{кон}}) / W$$



*- обозначения по учебнику под ред. Ю.А. Владимирова, 1983

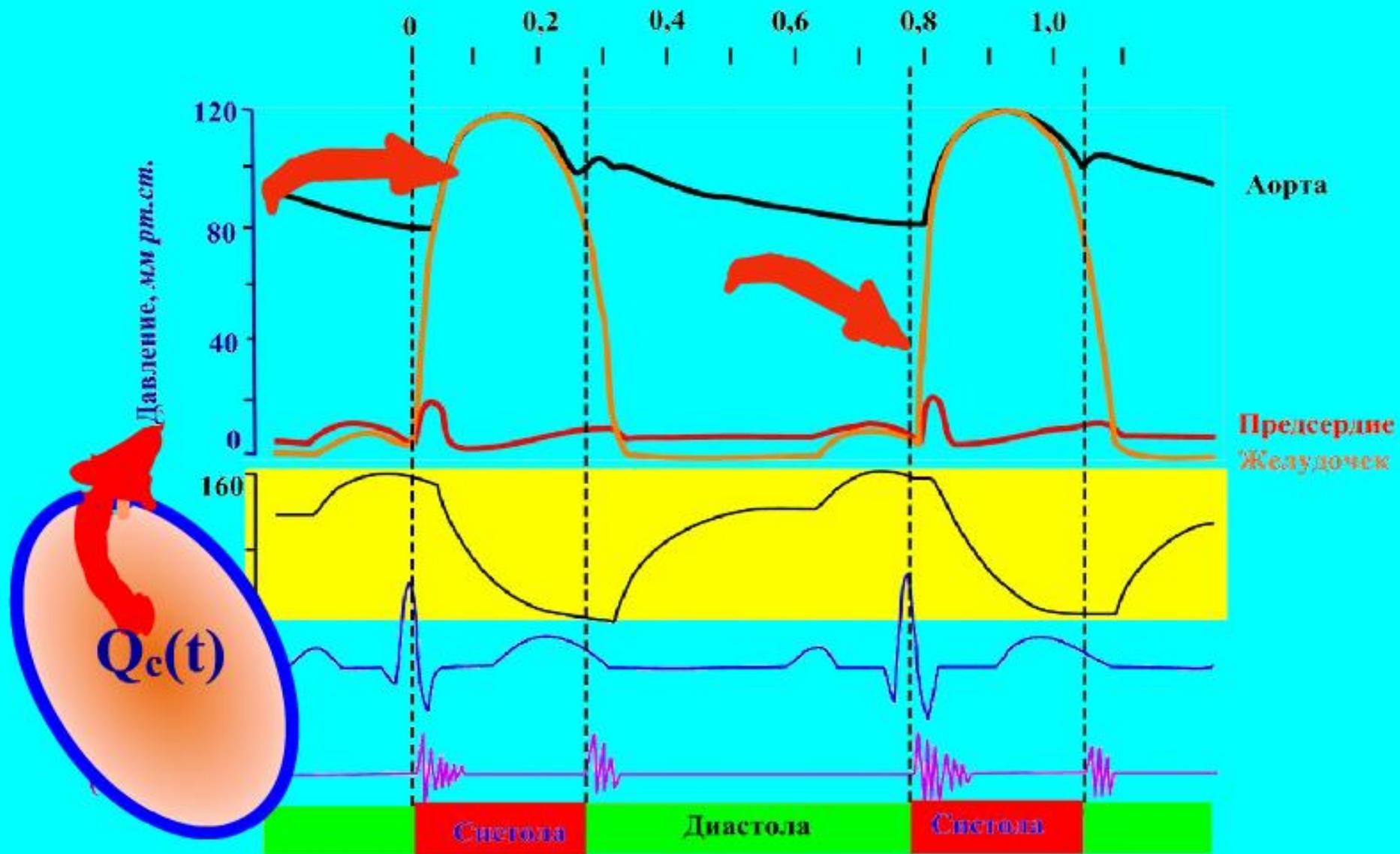
Сердечный цикл



Фаза 1

Фаза 2

Ударный объем



Спасибо за внимание