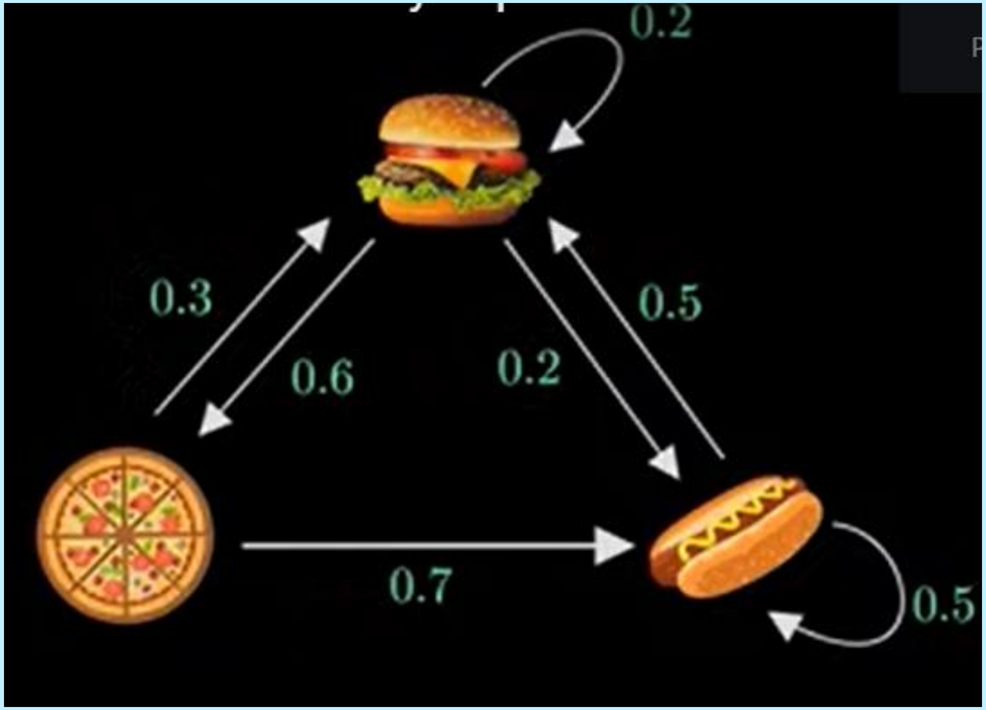
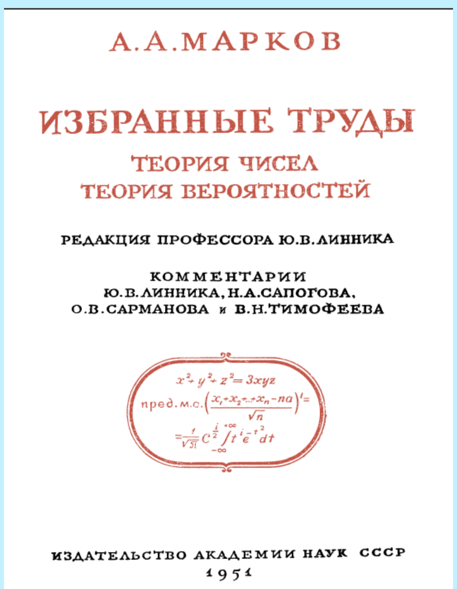
Волгоградский государственный медицинский университет
Кафедра теоретической биохимии с курсом клинической биохимии

Цепи Маркова



Марков, Андрей Андреевич (старший)

2 (14) июня 1856, Рязань - 20 июля 1922, Петроград



А.А.МАРКОВ

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

РЕДАКЦИЯ ПРОФЕССОРА Ю.В.ЛИННИКА

КОММЕНТАРИИ
Ю.В.ЛИННИКА, Н.А.САПОГОВА,
О.В.САРМАНОВА и В.Н.ТИМОФЕЕВА

$$x^2+y^2+z^2=3xyz$$

$$\text{пред.м.с.}\left(\frac{x_1+x_2+\dots+x_n-na}{\sqrt{n}}\right)^t=\frac{1}{\sqrt{\pi}}C^{\frac{t}{2}}\int_{-\infty}^{+\infty}t^t e^{-t^2}dt$$

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
1951

А. А. Марков является первооткрывателем обширного класса стохастических процессов с дискретной и непрерывной временно́й компонентой, названных его именем. Марковские процессы можно описать так: следующее состояние процесса зависит вероятностно только от текущего состояния. В то время, когда эта теория была построена, она считалась абстрактной, однако в настоящее время практические применения данной теории **чрезвычайно** многочисленны. Теория цепей Маркова выросла в огромную и весьма важную область научных исследований - теорию марковских случайных процессов, которая в свою очередь представляет основу общей теории стохастических процессов (Неравенство Маркова). А. А. Марков существенно продвинул классические исследования предшественников, касающиеся закона больших чисел и центральной предельной теоремы теории вероятностей, а также распространил их и на цепи Маркова.

https://ru.wikipedia.org/wiki/Марков,_Андрей_Андреевич_(старший)

Марковский процесс -

- это случайный процесс, который удовлетворяет Марковскому свойству

Марковское свойство -В теории вероятностей и статистике термин, который относится к памяти случайного процесса.

Стохастический процесс обладает марковским свойством, если условное распределение вероятностей будущих состояний процесса зависит только от нынешнего состояния, а не от последовательности событий, которые предшествовали этому. Процесс, обладающий этим свойством, называется марковским процессом. Термин «строгое марковское свойство» похож на «марковское свойство», за исключением того, что понятие «настоящего состояния процесса» заменяется на марковский момент времени. Оба термина, «свойства Маркова» и «строгого свойства Маркова» были использованы в связи с особым свойством экспоненциального распределения — «отсутствие памяти».

https://ru.wikipedia.org/wiki/Марковское_свойство

Марковская цепь или Марковский процесс

Цепь Маркова - последовательность случайных событий с конечным или счётным числом исходов, где вероятность наступления каждого события зависит только от состояния, достигнутого в предыдущем событии. Характеризуется тем свойством, что, говоря нестрого, при фиксированном настоящем будущее независимо от прошлого. Названа в честь А. А. Маркова (старшего), который впервые ввёл это понятие в работе 1906 года.

$$\mathbf{P(Xn + 1 = in + 1|}$$

Последовательность дискретных случайных величин называется простой цепью Маркова (с дискретным временем), если

$$\mathbb{P}(X_{n+1} = i_{n+1} \mid X_n = i_n, X_{n-1} = i_{n-1}, \ldots, X_0 = i_0) = \mathbb{P}(X_{n+1} = i_{n+1} \mid X_n = i_n)$$

Область значений случайных величин $\{X_n\}$ называется простра́нством состоя́ний цепи, а **n** — номером шага.

https://ru.wikipedia.org/wiki/Цепь_Маркова

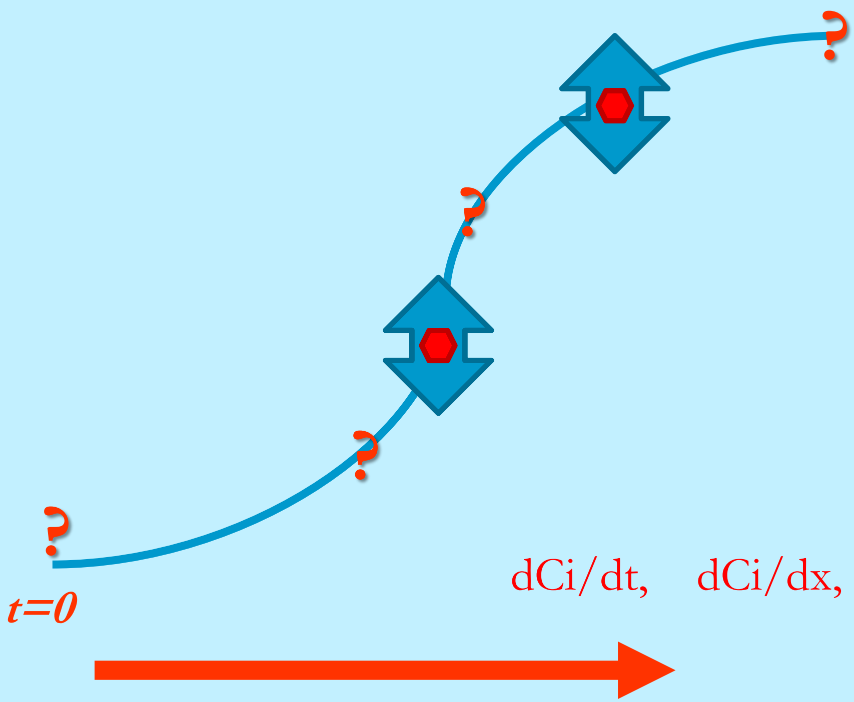
Динамические системы

Какие данные мы реально можем получить в медицинских исследованиях ?

1. Клинический случай
2. Данные об определенной группе или группах пациентов на определенном этапе болезни или лечения.

То есть, нам известны только состояние системы только в один (чаще всего) или несколько фиксированных моментов времени.

При таком ограниченном доступном массиве данных создание прогностической модели с привлечением математического аппарата динамических моделей биологических систем достаточно проблематично.



dCi/dt, dCi/dx, dI/dV ……$=f_i$ $(c1, c2, …….c_n)$

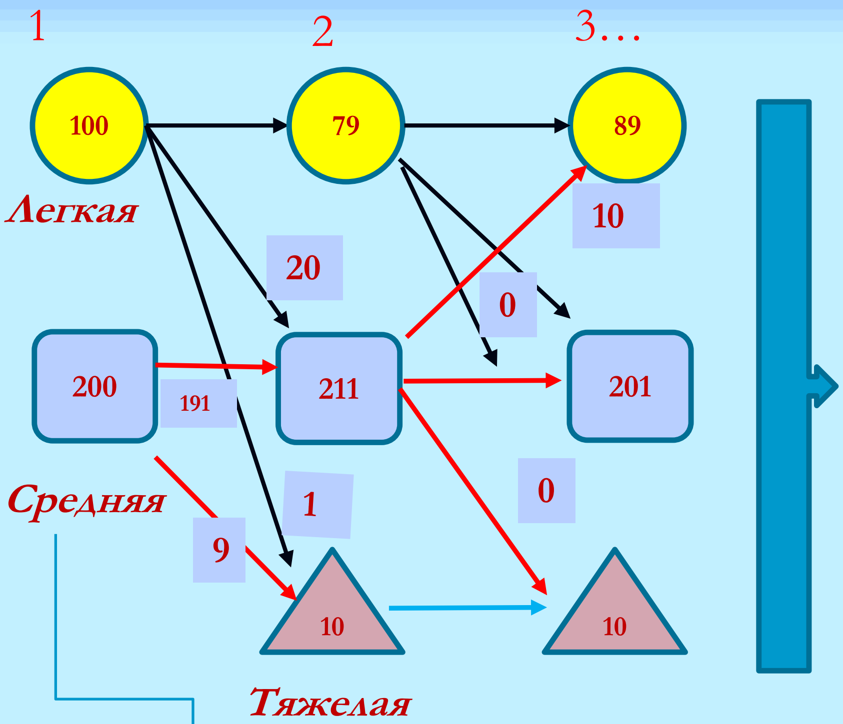
Реальность: при фиксированной периодичности обследований

Первый визит

Анамнез

Диагноз

Группиповка пациентов по состоянию



n периодов = «горизонт»

+ Осложнения
+ Летальность
+ ????

0,79	1	…
0,2	0	…
0,01	0	…

	0,05	
0,96	0,95	…
0,05	0	…

Это же Марковский процесс !!!

Возвратное состояние.
Возвратная цепь Маркова.
Достижимое состояние.
Неразложимая цепь Маркова.
Периодическое состояние.
Периодическая цепь Маркова.
Поглощающее состояние.
Эргодическое состояние.

https://ru.wikipedia.org/wiki/Цепь_Маркова

	Countable state space	Continuous or general state space
Discrete-time	(discrete-time) Markov chain on a countable or finite state space	Markov chain on a measurable state space (for example, Harris chain)
Continuous-time	Continuous-time Markov process or Markov jump process	Any continuous stochastic process with the Markov property (for example, the Wiener process)

https://en.wikipedia.org/wiki/Markov_chain

Исследование модели : Метод Монте-Карло

Методы Мо́нте-Ка́рло (ММК) — группа численных методов для изучения случайных процессов. Суть метода заключается в следующем: процесс описывается математической моделью с использованием генератора случайных величин, модель многократно обсчитывается, на основе полученных данных вычисляются вероятностные характеристики рассматриваемого процесса. Например, чтобы узнать методом Монте-Карло, какое в среднем будет расстояние между двумя случайными точками в круге, нужно взять координаты большого числа случайных пар точек в границах заданной окружности, для каждой пары вычислить расстояние, а потом для них посчитать среднее арифметическое.

Методы используются для решения задач в различных областях физики, химии, математики, экономики, оптимизации, теории управления и др.

Название метода происходит от района Монте-Карло, известного своими казино.

https://ru.wikipedia.org/wiki/Метод_Монте-Карло

Марковская цепь Монте-Карло

В статистике методы Монте-Карло с марковскими цепями (англ. MCMC) - это класс алгоритмов для сэмплирования, моделирующих некоторое распределение вероятностей. Построив марковскую цепь, которая имеет целевое распределение в качестве своего равновесного, можно получить выборку с тем же распределением путем записи состояний цепи. Чем больше шагов будет использовано, тем ближе распределение выборки будет к целевому. Для построения цепей используются различные алгоритмы, например, алгоритм Метрополиса-Гастингса.

https://ru.wikipedia.org/wiki/Марковская_цепь_Монте-Карло

Семплирование — в математической статистике обобщенное название методов управления начальной выборкой при известной цели моделирования, которые позволяют выполнить структурно-параметрическую идентификацию наилучшей статистической модели стационарного эргодического случайного процесса.

https://ru.wikipedia.org/wiki/Семплирование_(математическая_статистика)

Алгоритм Метрополиса-Гастингса

https://en.wikipedia.org/wiki/Metropolis–Hastings_algorithm

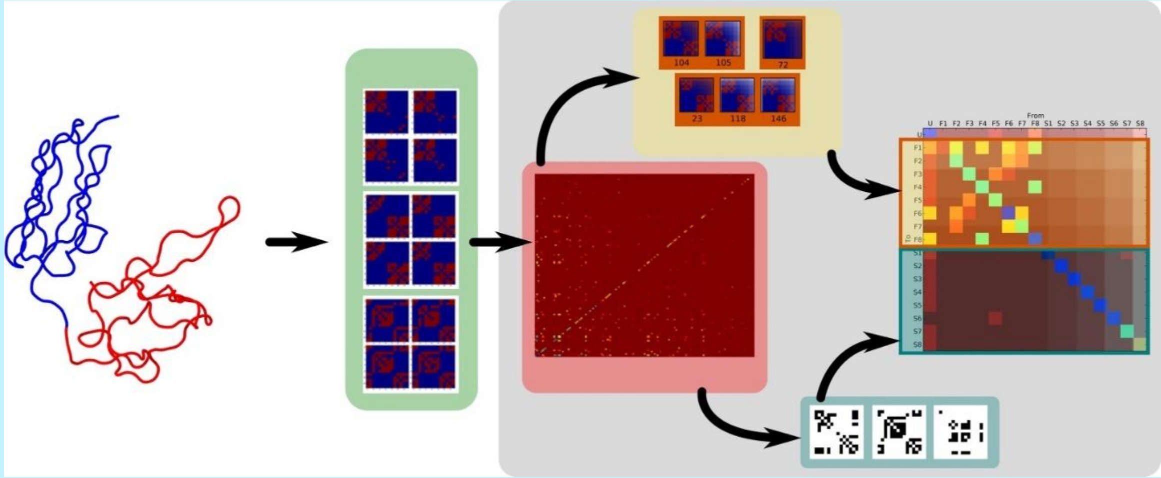
Пресказание структуры белка Ab initio

Скрытая марковская модель (СММ) - статистическая модель, имитирующая работу процесса, похожего на марковский процесс с неизвестными параметрами, и задачей ставится разгадывание неизвестных параметров на основе наблюдаемых. Полученные параметры могут быть использованы в дальнейшем анализе, например, для распознавания образов.

https://ru.wikipedia.org/wiki/Скрытая_марковская_модель

Часто используется в сочетании с сэмплированием Монте-Карло.
Пример:

Markov state models of protein misfolding.\J. Chem. Phys. 144, 075101 (2016)
http://dx.doi.org/10.1063/1.4941579



Литература

• *Кельберт М. Я., Сухов Ю. М.* Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т. II: Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов и их приложения. — М.: МЦНМО, 2010. — 295 с. — ISBN 978-5-94057-252-7.