

Методические указания № 1
к проведению практического занятия по математическому анализу
для студентов 2-го курса направления подготовки биотехнические системы и технологии
медико-биологического факультета

Тема: «**Скалярные поля**».

1. Основные вопросы темы:

- 1) Понятие и примеры физических полей;
- 2) Понятия и примеры скалярных полей;
- 3) Линия уровня;
- 4) Градиент
- 5) Производная по направлению. Связь между градиентом и производной по направлению.
- 6) Оператор Гамильтона.

2. Содержание аудиторной работы:

- 1) Подготовить основные вопросы темы.
- 2) Решить задачи по данной теме (подбираются на усмотрение преподавателя):

1. Построить линии уровня плоских скалярных полей:

a) $u = x^2 + y^2$;

b) $u = x + y$;

c) $u = \frac{y}{x^2}$,

соответствующие значениям $u = 1, 4, 9$.

Найти поверхности уровня скалярного поля $u = x^2 + y^2$.

2. Найдите градиенты скалярных полей: $u = x - y$, $u = \sqrt{4 + x^2 + y^2}$ в точках $A(2;3)$ и $B(2;1)$. Прокомментируйте полученные результаты.

3. Найдите производную скалярного поля $u = xy + yz + 1$ по направлению вектора $\vec{n}(12; -3; -4)$.

4. Найдите градиент скалярного поля $f(r) = \frac{3^{2-a}}{a} r^a$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Вычислить

производную этого поля в точке A по направлению вектора \vec{AB} , если $\alpha = 6$; $A(-2; 2; -1)$, $B(-2; 6; 2)$.

5. Дано скалярное поле $u = u(x, y)$.

Требуется: 1) вычислить с помощью градиента производную скалярного поля $u = u(x, y)$ в точке A по направлению вектора \vec{AB} ; 2) найти наибольшую скорость изменения

скалярного поля в точке A , если $u(x, y) = x^2 + y^2 + 4x + 2y$; т. $A(-2 + \frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2})$, т.

$B(-2 + \frac{\sqrt{3}}{2}; 0)$.

6. Ответьте на вопрос: Могут ли различные скалярные поля обладать одним и тем же набором поверхностей уровня?

3. Содержание самостоятельной (домашней) работы:

1) Подготовить основные вопросы темы.

2) Решить примеры:

1. Определить, что представляет собой семейство поверхностей уровня

$$x + 3y - z = C.$$

2. Доказать формулу: $\text{grad}(u^2) = 2u \text{grad} u$.

3. Найти ∇u , если $u = \frac{x}{y} + z$; $u = \sqrt{x^2 - y^3}$.

4. Найти $\frac{\partial u}{\partial n}$ скалярного поля $u = r \cos 2\varphi + z$ в точке $M\left(2; \frac{\pi}{2}; 1\right)$ в направлении вектора \overline{MN} , где $N\left(4; \frac{\pi}{2}; 3\right)$.

5. Найти $|\nabla u|$ и направление градиента скалярного поля $u = 2\sqrt{r} \cdot e^r$, где

(1) $r = \ln(x + y + z)$ в точке $M(e; 0; 0)$;

(2) $r = \frac{xy}{z \sin x}$ в точке $M\left(\frac{\pi}{2}; 1; 1\right)$.

Литература:

1. Данко П. Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах, Ч.1. гл. VIII, §§1-2;

Ч.2. гл. II, §6;

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление.

Методические указания составлены ст. преподавателем Сопит Т.П.