КОНСПЕКТ ТЕМЫ «РЯДЫ ФУРЬЕ»

Разложение в ряд Фурье непрерывных функций

	$f(x)$ – *функция общего вида*	$f(x)$ – *чётная функция*	$f(x)$ – *нечётная функция*
сегмент $[-l;l]$	$\left.\begin{array}{c} f(x)=\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n\cos\dfrac{n\pi x}{l}+b_n\sin\dfrac{n\pi x}{l}) \\ a_0=\dfrac{1}{l}\int\limits_{-l}^{l}f(x)dx \\ a_n=\dfrac{1}{l}\int\limits_{-l}^{l}f(x)\cos\dfrac{n\pi x}{l}dx \\ b_n=\dfrac{1}{l}\int\limits_{-l}^{l}f(x)\sin\dfrac{n\pi x}{l}dx \end{array}\right\}1а$	$\left.\begin{array}{c} f(x)=\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n\cos\dfrac{n\pi x}{l} \\ a_0=\dfrac{2}{l}\int\limits_{0}^{l}f(x)dx \\ a_n=\dfrac{2}{l}\int\limits_{0}^{l}f(x)\cos\dfrac{n\pi x}{l}dx \\ b_n=0 \end{array}\right\}1б$	$\left.\begin{array}{c} f(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin\dfrac{n\pi x}{l} \\ a_0=0 \\ a_n=0 \\ b_n=\dfrac{2}{l}\int\limits_{0}^{l}f(x)\sin\dfrac{n\pi x}{l}dx \end{array}\right\}1в$
сегмент $[-\pi;\pi]$	$\left.\begin{array}{c} f(x)=\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx) \\ a_0=\dfrac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi}f(x)dx \\ a_n=\dfrac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi}f(x)\cos nxdx \\ b_n=\dfrac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi}f(x)\sin nxdx \end{array}\right\}2а$	$\left.\begin{array}{c} f(x)=\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n\cos nx \\ a_0=\dfrac{2}{\pi}\int\limits_{0}^{\pi}f(x)dx \\ a_n=\dfrac{2}{\pi}\int\limits_{0}^{\pi}f(x)\cos nxdx \\ b_n=0 \end{array}\right\}2б$	$\left.\begin{array}{c} f(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx \\ a_0=0 \\ a_n=0 \\ b_n=\dfrac{2}{\pi}\int\limits_{0}^{\pi}f(x)\sin nxdx \end{array}\right\}2в$
сегмент $[0;l]$	*можно доопределить функцию чётным образом и использовать формулы* 1*б (разложить в ряд по косинусам)*		
	можно доопределить функцию нечётным образом и использовать формулы 1*в (разложить в ряд по синусам)*		
сегмент $[0;\pi]$	*можно доопределить функцию чётным образом и использовать формулы* 2*б (разложить в ряд по косинусам)*		
	можно доопределить функцию нечётным образом и использовать формулы 2*в (разложить в ряд по синусам)*		

ПОЛЕЗНАЯ ИНФОРМАЦИЯ № 1:

1. *чётная функция* × *нечётную функцию* = *нечётная функция*
2. *нечётная функция* × *чётную функцию* = *нечётная функция*
3. *чётная функция* × *чётную функцию* = *чётная функция*
4. *нечётная функция* × *нечётную функцию* = *чётная функция*
5. $\dfrac{\text{чётная функция}}{\text{нечётную функцию}} = \text{нечётная функция}$
6. $\dfrac{\text{нечётная функция}}{\text{чётную функцию}} = \text{нечётная функция}$
7. $\dfrac{\text{чётная функция}}{\text{чётную функцию}} = \text{чётная функция}$
8. $\dfrac{\text{нечётная функция}}{\text{нечётную функцию}} = \text{чётная функция}$

ПОЛЕЗНАЯ ИНФОРМАЦИЯ № 2:

1. Интеграл от нечётной функции в симметричных пределах (от $-a$ до a) равен нулю, т.е.

   $$\int_{-a}^{a}(\text{нечётная}\quad \text{функция})dx = 0$$

2. Интеграл от чётной функции в симметричных пределах (от $-a$ до a) равен удвоенному значению определённого интеграла с пределами от 0 до a от этой чётной функции, т.е.

   $$\int_{-a}^{a}(\text{чётная}\quad \text{функция})dx = 2\int_{0}^{a}(\text{чётная}\quad \text{функция})dx$$

ПОЛЕЗНАЯ ИНФОРМАЦИЯ № 3:

Таблица ответов интегралов, которые находятся методом интегрирования по частям

$\int x\cos mx dx = \frac{1}{m^2}\cos mx + \frac{1}{m}x\sin mx + C$
$\int x\sin mx dx = \frac{1}{m^2}\sin mx - \frac{1}{m}x\cos mx + C$
$\int x^2\cos mx dx = -\frac{2}{m^3}\sin mx + \frac{2}{m^2}x\cos mx + \frac{1}{m}x^2\sin mx + C$
$\int x^2\sin mx dx = \frac{2}{m^3}\cos mx + \frac{2}{m^2}x\sin mx - \frac{1}{m}x^2\cos mx + C$
$\int x^3\cos mx dx = -\frac{6}{m^4}\cos mx - \frac{6}{m^3}x\sin mx + \frac{3}{m^2}x^2\cos mx + \frac{1}{m}x^3\sin mx + C$
$\int x^3\sin mx dx = -\frac{6}{m^4}\sin mx + \frac{6}{m^3}x\cos mx + \frac{3}{m^2}x^2\sin mx - \frac{1}{m}x^3\cos mx + C$

Полезная информация № 4:

$\boxed{\cos n\pi = (-1)^n}$, $\boxed{\sin n\pi = 0}$

Требования к ответу заданий:

В ответе давать первых 4 отличных от нуля членов разложения в ряд предложенной функции.