

**ВАРИАНТ 01****Задача 1. Найти производные следующих функций:**

1.  $y = \frac{x^3}{3} - \sqrt{x^3} - \frac{1}{2\sqrt{x^2}} - \frac{1}{x^2} + \ln x$
2.  $y = \arcsin 3x \cdot \ln(2 - x)$
3.  $y = \frac{\cos(3x)}{3^{x-5}}$
4.  $y = \sin(\ln 2x - x^3)$

**Задача 2.** Тело массой 5 кг движется по закону  $s(t) = 1 - t + t^2$  (м). Найти кинетическую энергию тела через 10 с от начала движения, импульс и силу, действующую на тело в этот момент.

**Задача 3.** Число 8 разбить на два слагаемых так, чтобы сумма их кубов была наименьшей.

**Задача 4.** Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталя:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{\sin x} - 1}{\sin 2x}$

**ВАРИАНТ 02****Задача 1. Найти производные следующих функций:**

1.  $y = 3x^6 - 4\sqrt{x^3} + \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^5} + \operatorname{tg} x$
2.  $y = (x^2 - 3)\ln(2 + x^2)$
3.  $y = \frac{\cos(3x)}{(1 - x^2)}$
4.  $y = \sqrt{(\ln 2x - x^4)}$

**Задача 2.** Смещение в ответ на одиночное мышечное сокращение (единичный импульс) описывается уравнением

$$y(t) = t \cdot e^{-\frac{t^2}{2}}, t > 0. \text{ Определить скорость и ускорение.}$$

**Задача 3.** Разложить число 10 на два слагаемых так, чтобы произведение их было наибольшим.

**Задача 4.** Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталя:  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 + x}{\sqrt[3]{x - 7} + 2}$

### ВАРИАНТ 03

**Задача 1. Найти производные следующих функций:**

1.  $y = \frac{x^4}{8} - 4\sqrt[4]{x^3} - \frac{7}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2x^2} + \arccos x$

2.  $y = \arcsin(3+x) \cdot \ln x$

3.  $y = \frac{\operatorname{tg} x}{2^{x^2-5}}$

4.  $y = \sin(\sqrt{x-3})$

**Задача 2.** Рост численности бактерий подчиняется закону  $N(t) = 1000 \cdot \frac{e^t}{1 + 0,1(e^t - 1)}$ .

Определить начальную численность бактерий и скорость роста числа бактерий.

**Задача 3.** Сечение тоннеля имеет форму прямоугольника, завершённого полукругом. Периметр сечения 18 м. При каком радиусе полукруга площадь сечения будет наибольшей?

**Задача 4.** Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталя:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 3x - 6x}{x^3}$

### ВАРИАНТ 04

**Задача 1. Найти производные следующих функций:**

1.  $y = \frac{x^8}{4} - 8\sqrt[4]{x^3} + \frac{7}{\sqrt{x^4}} - \frac{4}{x^2} - 2 \arcsin x$

2.  $y = \operatorname{arctg}(3+x) \cdot \ln x + 3$

3.  $y = \frac{\operatorname{tg}(x^2-2)}{2^x}$

4.  $y = \operatorname{tg}^3(x+2)$

**Задача 2.** Тело массой 3 кг движется по закону  $s(t) = 1 + t + t^2$  (м). Найти импульс тела, кинетическую энергию тела и силу, действующую на тело через 5 с от начала движения.

**Задача 3.** Определить размеры открытого бассейна с квадратным дном объёмом  $32 \text{ м}^3$  так, чтобы на облицовку его стен и дна пошло наименьшее количество материала.

**Задача 4.** Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталя:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{\frac{x}{2}} - 2 - x}{x^2}$

**ВАРИАНТ 05****Задача 1. Найти производные следующих функций:**

1.  $y = -\frac{x^7}{14} + 8\sqrt{x^2} - \frac{3}{\sqrt{x^3}} - \frac{1}{x^6} + \operatorname{arccctg} x$
2.  $y = \arccos(3 - x^2) \cdot 3^x$
3.  $y = \frac{\operatorname{tg} x}{\ln(2 - x^3)}$
4.  $y = \sin^4(x^2 - 3x)$

**Задача 2.** Тело массой 4 кг движется прямолинейно по закону  $s(t) = t^2 + t - 17$  (м). Найти кинетическую энергию тела в конце третьей секунды и силу, действующую на тело.

**Задача 3.** Найти стороны прямоугольника наибольшей площади, который можно вписать в эллипс  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

**Задача 4.** Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталя:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{x}$

**ВАРИАНТ 06****Задача 1. Найти производные следующих функций:**

1.  $y = \frac{x^4}{2} + 2\sqrt[4]{x^3} - \frac{7}{\sqrt{x^3}} - \frac{1}{x^3} - 3\operatorname{tg} x$
2.  $y = \operatorname{tg}(3+x) \cdot \cos x$
3.  $y = \frac{\arccos 3x}{\sqrt[7]{x}}$
4.  $y = \sin(\cos 3x)$

**Задача 2.** Тело массой 5 кг движется по закону  $s(t) = 1 - t + t^2$  (м). Найти кинетическую энергию тела через 10 с от начала движения и силу, действующую на тело в этот момент.

**Задача 3.** Найти наибольшую площадь прямоугольника, вписанного в полукруг радиуса R.

**Задача 4.** Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталя:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\operatorname{tg} x - \sin x}$

**ВАРИАНТ 07****Задача 1. Найти производные следующих функций:**

$$1. \quad y = -\frac{x^3}{3} + \sqrt[4]{x^3} + \frac{2}{\sqrt{x^3}} - \frac{4}{x^4} - \frac{\arctg x}{3}$$

$$2. \quad y = \arctg x^2 \cdot 3^{x-2}$$

$$3. \quad y = \frac{\operatorname{ctg}(x^2 - 2)}{\ln x}$$

$$4. \quad y = \operatorname{arccctg}^2(x - 2)$$

**Задача 2. Электрический заряд на обкладках конденсатора изменяется по закону:**

$q(t) = 3,05 + 6,11t - \frac{0,8}{t+1} \text{ (Кл)}$ . Найти закон изменения силы тока  $i(t)$  и его величину в момент времени  $t = 5 \text{ с}$ .

**Задача 3.** Найти такое положительное число, чтобы разность между ним и его кубом была наибольшей**Задача 4.** Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталя:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arctg x}{x^3}$ **ВАРИАНТ 08****Задача 1. Найти производные следующих функций:**

$$1. \quad y = -\frac{2x^3}{3} + 8\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt{x^4}} - \frac{1}{6x^6} + \frac{e^x}{2}$$

$$2. \quad y = \ln(3 - x^2) \cdot 3^x$$

$$3. \quad y = \frac{\operatorname{tg} x}{(2 - x)^2}$$

$$y = \arcsin^2(x - 3)$$

**Задача 2.** Движение материальной точки массой  $m=2 \text{ кг}$  в единицах СИ описывается

уравнением  $x(t) = 5 - 8t + 4t^2$ . Найти импульс тела через 4 с от начала движения и силу, действующую на точку в этот момент времени.

**Задача 3.** Требуется изготовить закрытый цилиндрический бак вместимостью  $V = 16\pi \approx 50 \text{ м}^3$ . Каковы должны быть размеры бака (радиус  $R$  и высота  $H$ ), чтобы на его изготовление пошло наименьшее количество материала?

**Задача 4.** Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталя:  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \cdot \operatorname{ctg} x$

**ВАРИАНТ 09****Задача 1. Найти производные следующих функций:**

1.  $y = -2x^4 - \sqrt[3]{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2x^3} - 3\sin x$

2.  $y = (x^2 - 3x) \cdot \ln(2 - x)$

3.  $y = \frac{(1 - x^3)^9}{x}$

4.  $y = (\arcsin x - x^4)^3$

**Задача 2. Заряд на пластинах конденсатора колебательного контура с течением времени изменяется по закону:**
 $q(t) = 10^{-6} \cdot \sin 10^4 \pi t$ . Найти закон изменения силы тока  $\left( i(t) = \frac{dq}{dt} \right)$  и его величину в начальный момент времени.
**Задача 3.** Найти положительное число, которое, будучи сложено с обратным ему числом, даёт наименьшую сумму.**Задача 4.** Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталя:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x - 2 \arcsin x}{x^3}$$

**ВАРИАНТ 10****Задача 1. Найти производные следующих функций:**

1.  $y = 3x^4 - \frac{\sqrt[5]{x^3}}{2} + \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^3} + 5\operatorname{ctgx}$

2.  $y = (x^2 - 3)^{10} \cdot \ln x$

3.  $y = \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x}}$  4.  $y = \operatorname{tg}^3(2^x - x^2)$

**Задача 2.** Концентрация некоторого вещества в крови человека при выведении его из организма изменяется по закону:
 $c(t) = 2 \cdot e^{-0,05t}$ . Найти скорость выведения вещества из организма с течением времени. Какой смысл имеет знак скорости?

**Задача 3.** В питательную среду вносят 1000 бактерий. Численность  $N$  бактерий возрастает согласно уравнению  $N(t) = 1000 + \frac{1000t}{100 + t^2}$ , где  $t$  – время, ч. Определить максимальное количество бактерий.

**Задача 4.** Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталя:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \cdot \operatorname{ctgx} - 1}{x^2}$

**ВАРИАНТ 11****Задача 1. Найти производные следующих функций:**

$$1. \quad y = \frac{x^4}{2} - \sqrt[6]{x^3} - \frac{1}{\sqrt{x^2}} - \frac{1}{x^5} + 3 \ln x$$

$$2. \quad y = \arcsin x \cdot (2 - x^2)$$

$$3. \quad y = \frac{\cos(3 + x^2)}{3 \ln x}$$

$$4. \quad y = \cos^3(\ln 2x - x^3)$$

**Задача 2. Конденсатор ёмкостью  $C$  и зарядом  $q_0$  разряжается через резистор  $R$  по****закону:**  $q(t) = q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$ . Найти скорость изменения заряда конденсатора (или ток разрядки). Какова сила тока в момент времени  $t=0$ ?**Задача 3. Зависимость между объёмом воды  $V$  и температурой  $t$  определяется уравнением** $V(t) = 1 + 8,38 \cdot 10^{-6} (t - 4)^2$ . При какой температуре объём воды будет наименьшим?**Задача 4. Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталя:**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right)$$

**ВАРИАНТ 12****Задача 1. Найти производные следующих функций:**

$$1. \quad y = -2x^3 - \sqrt[4]{x} + \frac{2}{\sqrt{x^4}} - \frac{1}{2x} + \cos x$$

$$2. \quad y = (x^2 - 3x) \sin(2 - x)$$

$$3. \quad y = \frac{\operatorname{tg}(1 - x^3)}{(1 - x)}$$

$$4. \quad y = (\sin 2x - x^4)^3$$

**Задача 2. Температура тела изменяется по закону:**  $T(t) = t^2 + 3t + 2$  ( $^{\circ}\text{C}$ ). С какой скоростью нагревается тело и чему будет равна его температура через 5 с?**Задача 3. Тело движется по закону**  $s(t) = 5 - 13t + 12t^2 - t^3$  (м). Определить его максимальную скорость.**Задача 4. Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталя:**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 3x - 1}{\sin^2 5x}$