

**Методические указания № 2**  
**к проведению практического занятия по математическому анализу**  
**для студентов 2-го курса направления подготовки биотехнические системы и технологии**  
**медико-биологического факультета**

Тема: **«Векторные поля»**

**1. Основные вопросы темы:**

- 1) Понятие и примеры векторных полей;
- 2) Вихрь векторного поля;
- 3) Дивергенция и циркуляция векторного поля;
- 4) Поток векторного поля через поверхность: определение, физический смысл;
- 5) Свойства потока;
- 6) Формула Остроградского-Гаусса.

**2. Содержание самостоятельной (домашней) работы:**

- 1) Подготовить основные вопросы темы.
- 2) **Рассмотреть примеры решения задач №№ 240-243** из задачника Данко П. Е. и др. «Высшая математика в упражнениях и задачах» на стр. 60-61.

**Решить задачи:**

1. Найти циркуляцию векторного поля  $F = (x + y)\bar{i} + (x - z)\bar{j} + (y + z)\bar{k}$  по контуру треугольника  $OAB$ , где  $A(1;0;0)$ ,  $B(0;0;1)$ ,  $O(0;0;0)$ .

2. Найти дивергенцию векторного поля  $A = x^2yz\bar{i} + xy^2z\bar{j} + xyz^2\bar{k}$

3. Найти  $rotA$ , если  $A = (x - 2y)\bar{i} + (x^2 - yz)\bar{j} + (8y - z)\bar{k}$

4. Найти дивергенцию градиента функции  $u = \cos^2(x + 2y - 3z)$  в точке

$$M\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}\right).$$

5. Векторное поле образовано силой, обратно пропорциональной квадрату расстояния от точки ее приложения до начала координат и направленной к началу координат. Найти дивергенцию и ротор этого поля.

6. Найти поток векторного поля  $\bar{a}(P, Q, R)$  через поверхность  $S$  в сторону, определяемую нормалью  $\bar{n}$ :

а)  $\bar{a}(2, -1, 1)$ ,  $S$  - квадрат:  $0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq 1$ ,  $z = 1$ , нормаль направлена вверх.  
(Ответ: 1).

б)  $\bar{a}(x, y, 0)$ ,  $S$  - часть плоскости  $y + z = 1$ , расположенная в первом октанте между плоскостями  $x = 0$  и  $x = 1$ ,  $\bar{n}$  образует острый угол с осью  $Oy$ . (Ответ:  $1/2$ ).

**3. Содержание аудиторной работы:**

- решать задачи по данной теме (подбираются на усмотрение преподавателя)

**Литература:**

- 1) Данко П. Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах, Ч.2. гл. II, §6;
- 2) Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Т.2, глава XV, §6, 8