

## Материалы по теме Лекции 3

### «Числовые ряды»

#### ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ.

1. Что называется числовым рядом?
2. Что называется  $n$  – ой частичной суммой числового ряда?
3. Что называется суммой числового ряда?
4. В чем состоит необходимый признак сходимости числового ряда?
5. Сформулируйте достаточные признаки сходимости числовых рядов с положительными членами, основанные на сравнении рядов.
6. Сформулируйте признак Даламбера сходимости рядов с положительными членами.
7. В чем заключается интегральный признак Коши сходимости рядов с положительными членами?
8. Какой ряд называется гармоническим? Выполняется ли для него необходимый признак сходимости? Сходится ли гармонический ряд?
9. Какой ряд называется знакочередующимся?
10. Сформулируйте признак Лейбница о сходимости знакочередующегося ряда.
11. Сформулируйте правило оценки остатка знакочередующегося ряда.
12. Какой ряд называется абсолютно сходящимся?
13. Какой ряд называется условно сходящимся?
14. Назовите свойства абсолютно сходящихся рядов.
15. Какой ряд называется функциональным?
16. Что называется областью сходимости функционального ряда?
17. Какой ряд называется степенным?
18. Сформулируйте теорему Абеля о сходимости степенного ряда.
19. Как найти область сходимости степенного ряда?
20. Сформулируйте теоремы о почленном дифференцировании и интегрировании степенных рядов.
21. Какой степенной ряд называется рядом Тейлора данной функции.
22. Как определяются коэффициенты ряда Тейлора?
23. Напишите формулу остаточного члена ряда Тейлора.
24. Назовите необходимый и достаточный признаки разложения функции в ряд Тейлора.
25. Какой степенной ряд называется рядом Маклорена ?
26. Как определяются коэффициенты ряда Маклорена?
27. Напишите разложения в ряд Маклорена функций  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1 + x)$ .
28. Какой ряд называется тригонометрическим рядом Фурье?
29. Сформулируйте условия разложимости функции в ряд Фурье.
30. Напишите формулы коэффициентов Фурье для периодической функции с периодом  $2\pi$ .
31. Напишите формулы коэффициентов Фурье для четных и нечетных периодических функций с периодом  $2\pi$ .
32. Напишите формулы коэффициентов Фурье для функций с произвольным периодом.

33. Изложите способ разложения в ряд Фурье функций, заданных на полупериоде.

### ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

В задачах 1 – 5 исследовать сходимость числовых рядов.

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)2^n}$  .      2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{4^n}$  .      3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(3n-1)(2n+2)}$  .

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{3^n(3n+1)}$  .      5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2}$  .

6. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n 3^n}$  .

7. Разложить в ряд Фурье периодическую с периодом  $T = 2\pi$  функцию

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{при } 0 < x \leq \pi \end{cases} .$$

### ЛИТЕРАТУРА:

#### Основная:

1. Ильин В.А., Куркина А.В. Высшая математика. – М.: изд. «Проспект», 2009г.
3. Сударев Ю.Н., Першикова Т.В., Радославова Т.В., Основы линейной алгебры и математического анализа. – М., изд. «Академия», 2009г

#### Дополнительная:

1. П.Е. Данко. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. М. Оникс, 2006г.
2. И.И. Баврин. Высшая математика. М. Высшая школа, 2001 г.