Вариант 1

Задача 1. Для заданной функции $z = f(x, y)$ найти градиент (вектор и модуль) и производную этой функции в заданной точке $M(x_0, y_0)$ и направлении вектора $\vec{l}$, составляющего угол α с положительным направлением оси Ox:

$$z = tgx - x + 3\sin^3 y, M(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}), \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

Задача 2

Даны векторное поле $\vec{a} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ и плоскость $Ax + By + Cz + D = 0\ (p)$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Пусть σ – основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p); λ – контур, ограничивающий σ; $\vec{n}$ – нормаль к σ, направленная вне пирамиды V: $\vec{a} = (x + 2z)\vec{j}$, $(p) - x + 4y + z - 4 = 0$. Сделать чертеж.

Требуется вычислить:

1) циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ по замкнутому контуру λ (по определению и используя теорему Стокса)
2) поток векторного поля $\vec{a}$ через полную поверхность пирамиды V

Задача 3. Проверить, является ли векторное поле $\vec{a} = (-2x - yz)\vec{i} + (-2y - xz)\vec{j} + (-2z - xy)\vec{k}$ потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}$ найти его потенциал $U(x, y, z)$:

Задача 4. Найти $rot(\vec{F} \cdot \vec{a})\vec{b}$, где $\vec{F} = 2x\vec{i} - y\vec{j} - 3z\vec{k}, \vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = -\vec{i} + j - \vec{k}$

Вариант 2

Задача 1. Для заданной функции $z = f(x, y)$ найти градиент(вектор и модуль) и производную этой функции в заданной точке $M(x_0, y_0)$ и направлении вектора $\vec{l}$, составляющего угол α с положительным направлением оси Ox:

$$z = 3x^2 y + \sqrt{xy}, M(2,2), \alpha = \frac{\pi}{6}.$$

Задача 2

Даны векторное поле $\vec{a} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ и плоскость $Ax + By + Cz + D = 0\ (p)$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Пусть σ – основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p); λ – контур, ограничивающий σ; n – нормаль к σ, направленная вне пирамиды V: $\vec{a} = (3x + z)\vec{k}, (p) x - y + 2z - 2 = 0$. Сделать чертеж.

Требуется вычислить:

1) циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ по замкнутому контуру λ (по определению и используя теорему Стокса)
2) поток векторного поля $\vec{a}$ через полную поверхность пирамиды V

Задача 3. Проверить, является ли векторное поле $\vec{a} = (-2x - yz)\vec{i} + (-2y - xz)\vec{j} + (-5y - xy)\vec{k}$ потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля F найти его потенциал U(x, y, z)

Задача 4. Найти дивергенцию градиента функции $u = e^{x+y+z}$

Вариант 3

Задача 1. Для заданной функции $z = f(x, y)$ найти градиент(вектор и модуль) и производную этой функции в заданной точке $M(x_0, y_0)$ и направлении вектора $\vec{l}$, составляющего угол α с положительным направлением оси Ox:

$$z = 2\cos(x+y) + 2x, M(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}), \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

Задача 2.

Даны векторное поле $\bar{a} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ и плоскость $Ax + By + Cz + D = 0\ (p)$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Пусть σ– основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p); λ – контур, ограничивающий σ; n– нормаль к σ, направленная вне пирамиды V: $\vec{a} = (3y + 2z)\vec{k}, (p) x - 2y + 2z - 2 = 0$. Сделать чертеж.

Требуется вычислить:

1) циркуляцию векторного поля $\bar{a}$ по замкнутому контуру λ (по определению и используя теорему Стокса)
2) поток векторного поля $\bar{a}$ через полную поверхность пирамиды V

Задача 3. Проверить, является ли векторное поле $\vec{a} = (2x - yz)\vec{i} + (2y - xz)\vec{j} + (2z - xy)\vec{k}$ потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}$ найти его потенциал $u(x, y, z)$.

Задача 4. Доказать, что $rotrot\vec{F} = graddiv\vec{F} - \Delta\vec{F}$, где $\Delta\vec{F} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}\vec{i} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2}\vec{j} + \frac{\partial^2 R}{\partial z^2}\vec{k}$

Вариант 4

Задача 1. Для заданной функции $z = f(x, y)$ найти градиент (вектор и модуль) и производную этой функции в заданной точке $M(x_0, y_0)$ и направлении вектора $\vec{l}$, составляющего угол α с положительным направлением оси Ox:

$$z = x\sin(x+y) - 1, M(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}), \alpha = \frac{\pi}{6}$$

Задача 2.

Даны векторное поле $\vec{a} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ и плоскость $Ax + By + Cz + D = 0\ (p)$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Пусть σ– основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p); λ – контур, ограничивающий σ; n– нормаль к σ, направленная вне пирамиды V: $\bar{a} = (x + y + z)\vec{k}, (p) 2x + y + z - 2 = 0$.Сделать чертеж.

Требуется вычислить:

1) циркуляцию векторного поля $\bar{a}$ по замкнутому контуру λ (по определению и используя теорему Стокса)
2) поток векторного поля $\bar{a}$ через полную поверхность пирамиды V

Задача 3. Проверить, является ли векторное поле $\vec{a} = (2x + 3yz)\vec{i} + (2y + 3xz)\vec{j} + (2z + 3xy)\vec{k}$ потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}$ найти его потенциал $u(x, y, z)$

Задача 4. Найти $div(\vec{u} \times \vec{v})$, где $\vec{u} = \{x; y; z\}$, $\vec{v} = \{y; z; x\}$

Вариант 5

Задача 1. Для заданной функции $z = f(x, y)$ найти градиент(вектор и модуль) и производную этой функции в заданной точке $M(x_0, y_0)$ и направлении вектора $\vec{l}$, составляющего угол α с положительным направлением оси Ox:

$$z = \ln(x^2 + y^2), M(3,4), \alpha = \frac{\pi}{6}.$$

Задача 2.

Даны векторное поле $\bar{a} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ и плоскость $Ax + By + Cz + D = 0\ (p)$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Пусть σ – основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p); λ – контур, ограничивающий σ; n – нормаль к σ, направленная вне пирамиды V: $\vec{a} = (x - 2z)\vec{i}, (p) - x + 2y + 2z - 2 = 0$. Сделать чертеж.

Требуется вычислить:

1) циркуляцию векторного поля $\bar{a}$ по замкнутому контуру λ (по определению и используя теорему Стокса)
2) поток векторного поля $\bar{a}$ через полную поверхность пирамиды V

Задача 3. Проверить, является ли векторное поле $\vec{a} = (2x - 4yz)\vec{i} + (2y - 4xz)\vec{j} + (2z - 4xy)\vec{k}$ потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}$ найти его потенциал $u(x, y, z)$.

Задача 4. Найти $rot(\vec{F} \cdot \vec{a})\vec{F}$, где $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

Вариант 6

Задача 1. Для заданной функции $z = f(x, y)$ найти градиент (вектор и модуль) и производную этой функции в заданной точке $M(x_0, y_0)$ и направлении вектора $\vec{l}$, составляющего угол α с положительным направлением оси Ox:

$$z = \cos(2x - y) + 2x, M(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}), \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

Задача 2.

Даны векторное поле $\bar{a} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ и плоскость $Ax + By + Cz + D = 0\ (p)$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Пусть σ – основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p); λ – контур, ограничивающий σ; n – нормаль к σ, направленная вне пирамиды V: $\vec{a} = (2y - x)\vec{j}, (p) x - y + z - 2 = 0$. Сделать чертеж.

Требуется вычислить:

1) циркуляцию векторного поля $\bar{a}$ по замкнутому контуру λ (по определению и используя теорему Стокса)
2) поток векторного поля $\bar{a}$ через полную поверхность пирамиды V

Задача 3. Проверить, является ли векторное поле $\vec{a} = (2x - 3yz)\vec{i} + (2y - 3xz)\vec{j} + (2z - 3xy)\vec{k}$ потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}$ найти его потенциал $u(x, y, z)$

Задача 4. Найти $rot(\vec{F} \cdot \vec{a})\vec{b}$, где $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$

Вариант 7

Задача 1. Для заданной функции $z = f(x, y)$ найти градиент(вектор и модуль) и производную этой функции в заданной точке $M(x_0, y_0)$ и направлении вектора $\vec{l}$, составляющего угол α с положительным направлением оси Ox:

$$z = xtgy + \cos x, M(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}), \alpha = \frac{\pi}{6}.$$

Задача 2.

Даны векторное поле $\bar{a} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ и плоскость $Ax + By + Cz + D = 0\ (p)$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Пусть σ– основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p); λ – контур, ограничивающий σ; n– нормаль к σ, направленная вне пирамиды V: $\vec{a} = (y+z)\vec{k}$, $(p) - 3x + 2y + 4z - 6 = 0$. Сделать чертеж.

Требуется вычислить:

1) циркуляцию векторного поля $\bar{a}$ по замкнутому контуру λ (по определению и используя теорему Стокса)
2) поток векторного поля $\bar{a}$ через полную поверхность пирамиды V

Задача 3. Проверить, является ли векторное поле $\vec{a} = (-3x + yz)\vec{i} + (-3y + xz)\vec{j} + (-3z + xy)\vec{k}$ потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}$ найти его потенциал $u(x, y, z)$.

Задача 4 . Показать, что $div(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b} rot\vec{a} - \vec{a} rot\vec{b}$

Вариант 8

Задача 1. Для заданной функции $z = f(x, y)$ найти градиент (вектор и модуль) и производную этой функции в заданной точке $M(x_0, y_0)$ и направлении вектора $\vec{l}$, составляющего угол α с положительным направлением оси Ox:

$$z = \ln(x + 2y) - xy, M(1;1), \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

Задача 2.

Даны векторное поле $\bar{a} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ и плоскость $Ax + By + Cz + D = 0\ (p)$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Пусть σ– основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p); λ – контур, ограничивающий σ; n– нормаль к σ, направленная вне пирамиды V:

$\vec{a} = (y+z)\vec{j}$, $(p) 3x - 2y + 2z - 6 = 0$. Сделать чертеж.

Требуется вычислить:

1) циркуляцию векторного поля $\bar{a}$ по замкнутому контуру λ (по определению и используя теорему Стокса)
2) поток векторного поля $\bar{a}$ через полную поверхность пирамиды V

Задача 3. Проверить, является ли векторное поле $\vec{a} = (2x + 2yz)\vec{i} + (2y + 2xz)\vec{j} + (2z + 2xy)\vec{k}$ потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}$ найти его потенциал $u(x, y, z)$

Задача 4. Найти $div(\vec{u} \times \vec{v})$, где $\vec{u} = \{x; y; z\}$, $\vec{v} = \{y; z; x\}$

Вариант 9

Задача 1. Для заданной функции $z = f(x, y)$ найти градиент(вектор и модуль) и производную этой функции в заданной точке $M(x_0, y_0)$ и направлении вектора $\vec{l}$, составляющего угол α с положительным направлением оси Ox:

$$z = e^{x^2-y^2}, M(2;2), \alpha = \frac{\pi}{6}.$$

Задача 2.

Даны векторное поле $\bar{a} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ и плоскость $Ax + By + Cz + D = 0\ (p)$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Пусть σ – основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p); λ – контур, ограничивающий σ; n – нормаль к σ, направленная вне пирамиды V: $\vec{a} = (x + y + z)\bar{i}, (p) 2x + 3y + z - 6 = 0$. Сделать чертеж.

Требуется вычислить:

1) циркуляцию векторного поля $\bar{a}$ по замкнутому контуру λ (по определению и используя теорему Стокса)
2) поток векторного поля $\bar{a}$ через полную поверхность пирамиды V

Задача 3. Проверить, является ли векторное поле $\vec{a} = (4x + yz)\vec{i} + (4y + xz)\vec{j} + (4z + xy)\vec{k}$ потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}$ найти его потенциал $u(x, y, z)$

Задача 4. Доказать соотношения: $rotgradU = 0$

Вариант 10

Задача 1. Для заданной функции $z = f(x, y)$ найти градиент(вектор и модуль) и производную этой функции в заданной точке $M(x_0, y_0)$ и направлении вектора $\vec{l}$, составляющего угол α с положительным направлением оси Ox:

$$z = \ln(x^2 - y^2), M(4{,}3), \alpha = \frac{\pi}{6}.$$

Задача 2.

Даны векторное поле $\bar{a} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ и плоскость $Ax + By + Cz + D = 0\ (p)$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Пусть σ – основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p); λ – контур, ограничивающий σ; n – нормаль к σ, направленная вне пирамиды $V: \vec{a} = (2y + 3z)\bar{k}, (p) - 2x + y + z - 4 = 0$. Сделать чертеж.

Требуется вычислить:

1) циркуляцию векторного поля $\bar{a}$ по замкнутому контуру λ (по определению и используя теорему Стокса)
2) поток векторного поля $\bar{a}$ через полную поверхность пирамиды V

Задача 3. Проверить, является ли векторное поле $\vec{a} = (2x + 5yz)\vec{i} + (2y + 5xz)\vec{j} + (2z + 5xy)\vec{k}$ потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}$ найти его потенциал $u(x, y, z)$.

Задача 4. Доказать соотношения: $divrot\vec{F} = 0$

Вариант 11

Задача 1. Для заданной функции $z = f(x,y)$ найти градиент(вектор и модуль) и производную этой функции в заданной точке $M(x_0, y_0)$ и направлении вектора $\vec{l}$, составляющего угол α с положительным направлением оси Ox:

$$z = 2\cos(x+y) + 2y, M(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}), \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

Задача 2.

Даны векторное поле $\bar{a} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ и плоскость $Ax + By + Cz + D = 0\ (p)$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Пусть σ – основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p); λ – контур, ограничивающий σ; n – нормаль к σ, направленная вне пирамиды V: $\vec{a} = (2x - y + 2z)\bar{k}, (p) - x + 2y + 2z - 2 = 0$. Сделать чертеж.

Требуется вычислить:

1) циркуляцию векторного поля $\bar{a}$ по замкнутому контуру λ (по определению и используя теорему Стокса)
2) поток векторного поля $\bar{a}$ через полную поверхность пирамиды V

Задача 3. Проверить, является ли векторное поле $\vec{a} = (2x + yz)\vec{i} + (2y + xz)\vec{j} + (2z + xy)\vec{k}$ потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}$ найти его потенциал $u(x, y, z)$

Задача 4. Найти $div(\vec{u} \times \vec{v})$, где $\vec{u} = \{x; y; z\}$, $\vec{v} = \{y; z; x\}$

Вариант 12

Задача 1. Для заданной функции $z = f(x,y)$ найти градиент(вектор и модуль) и производную этой функции в заданной точке $M(x_0, y_0)$ и направлении вектора $\vec{l}$, составляющего угол α с положительным направлением оси Ox:

$$z = \cos(2x + y) - 2y, M(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}), \alpha = \frac{\pi}{3}$$

Задача 2

Даны векторное поле $\bar{a} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ и плоскость $Ax + By + Cz + D = 0\ (p)$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Пусть σ – основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p); λ – контур, ограничивающий σ; $\bar{n}$ – нормаль к σ, направленная вне пирамиды V: $\vec{a} = (x - 2z)\vec{j}, (p) - 2x + y + 2z - 6 = 0$. Сделать чертеж.

Требуется вычислить:

1) циркуляцию векторного поля $\bar{a}$ по замкнутому контуру λ (по определению и используя теорему Стокса)
2) поток векторного поля $\bar{a}$ через полную поверхность пирамиды V

Задача 3. Проверить, является ли векторное поле $\vec{a} = (2x + 3yz)\vec{i} + (2y + 3xz)\vec{j} + (2z + 3xy)\vec{k}$ потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля $\bar{a}$ найти его потенциал $U(x, y, z)$:

Задача 4. Найти $rot(\vec{F} \cdot \vec{a})\vec{b}$, где $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$

Вариант 13

Задача 1. Для заданной функции $z = f(x, y)$ найти градиент (вектор и модуль) и производную этой функции в заданной точке $M(x_0, y_0)$ и направлении вектора $\vec{l}$, составляющего угол α с положительным направлением оси Ox:

$$z = -3x \cdot y^2 - \sqrt{xy}, M(2,2), \alpha = \frac{\pi}{6}.$$

Задача 2

Даны векторное поле $\bar{a} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ и плоскость $Ax + By + Cz + D = 0\ (p)$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Пусть σ – основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p); λ – контур, ограничивающий σ; n – нормаль к σ, направленная вне пирамиды V: $\vec{a} = (x - 3z)\bar{k}, (p) 2x - y + z - 4 = 0$. Сделать чертеж.

Требуется вычислить:

1) циркуляцию векторного поля $\bar{a}$ по замкнутому контуру λ (по определению и используя теорему Стокса)
2) поток векторного поля $\bar{a}$ через полную поверхность пирамиды V

Задача 3. Проверить, является ли векторное поле $\vec{a} = (-2x - yz)\vec{i} + (-2y - xz)\vec{j} + (-5y - xy)\vec{k}$ потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля F найти его потенциал U(x, y, z)

Задача 4. Найти дивергенцию градиента функции $u = e^{x+y+z}$

Вариант 14

Задача 1. Для заданной функции $z = f(x, y)$ найти градиент (вектор и модуль) и производную этой функции в заданной точке $M(x_0, y_0)$ и направлении вектора $\vec{l}$, составляющего угол α с положительным направлением оси Ox:

$$z = tgx - x + 3\sin^3 y, M(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}), \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

Задача 2.

Даны векторное поле $\bar{a} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ и плоскость $Ax + By + Cz + D = 0\ (p)$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Пусть σ – основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p); λ – контур, ограничивающий σ; n – нормаль к σ, направленная вне пирамиды V: $\vec{a} = (y + 3z)\vec{k}, (p) x - y + 2z - 4 = 0$. Сделать чертеж.

Требуется вычислить:

1) циркуляцию векторного поля $\bar{a}$ по замкнутому контуру λ (по определению и используя теорему Стокса)
2) поток векторного поля $\bar{a}$ через полную поверхность пирамиды V

Задача 3. Проверить, является ли векторное поле $\vec{a} = (2x - yz)\vec{i} + (2y - xz)\vec{j} + (2z - xy)\vec{k}$ потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}$ найти его потенциал $u(x, y, z)$.

Задача 4. Доказать, что $rotrot\vec{F} = graddiv\vec{F} - \Delta\vec{F}$, где $\Delta\vec{F} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}\vec{i} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2}\vec{j} + \frac{\partial^2 R}{\partial z^2}\vec{k}$